

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
“Московский физико-технический институт(государственный университет)”

Выпускная квалификационная работа на степень бакалавра
“Асимптотическая структура пульсарного ветра”

Студент 128 группы Арзамасский Л.И.

Научный руководитель:

д.ф.-м.н., профессор Бескин В.С.

Москва, 2015

Содержание

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Торможении первичного пучка в пульсарном ветре | 3 |
| 1.1 | Введение | 3 |
| 1.2 | Основные уравнения | 4 |
| 1.3 | Общие свойства | 8 |
| 1.4 | Торможение первичного пучка | 11 |
| 1.5 | Ускорение вторичной плазмы | 14 |
| 2 | Аналитическая модель асимптотической структуры пульсарного ветра | 17 |
| 2.1 | Введение | 17 |
| 2.2 | Бессиловое асимптотическое поведение пульсарного ветра | 19 |
| 2.2.1 | Основные уравнения | 19 |
| 2.2.2 | Асимптотическое поведение | 21 |
| 2.3 | Внутренняя структура токового слоя | 24 |
| 2.3.1 | МГД-приближение | 24 |
| 2.3.2 | Поля в сопутствующей системе отсчета | 25 |
| 2.4 | Движение частиц в токовом слое | 29 |
| 2.4.1 | Квазиadiaбатический инвариант | 30 |
| 2.4.2 | Самосогласованное решение | 33 |
| 3 | Обсуждение и заключение | 34 |
| 4 | Список литературы | 37 |

1 Торможении первичного пучка в пульсарном ветре

1.1 Введение

Согласно общепринятой точке зрения, активность радиопульсаров связана с электрон-позитронной плазмой, рождающейся около магнитных полюсов [Manchester & Taylor 1977; Smith 1977]. Большое количество работ, посвященных данной теме [Sturrock 1971; Ruderman & Sutherland 1975; Arons 1981; Daugherty & Harding 1982; Gurevich & Istomin 1985; Istomin & Sobyenin 2007; Medin & Lai 2007; Timokhin & Arons 2013] показывает, что плазма в магнитосфере пульсара состоит из первичного пучка частиц с лоренц-фактором $\gamma^b \sim 10^7$ и плотностью $n^b \approx n_{\text{GJ}}$, где $n_{\text{GJ}} = \Omega B / 2\pi c e$ – гольдрайховская плотность, и вторичной электрон-позитронной плазмы с $n^\pm \sim (10^3 \div 10^5)n_{\text{GJ}}$ и $\gamma^\pm \sim 10^2$.

Понятно, что внутри светового цилиндра $r < R_L = c/\Omega$ и первичные, и вторичные частицы движутся вдоль дипольных силовых линий магнитного поля, на которых их энергия может быть произвольной. С другой стороны, на больших расстояниях от звезды $r \gg R_L$ и аналитическая теория [Michel 1973; Beskin et al. 1988], и численные симуляция [Contopoulos et al. 1999; Spitkovsky 2006; Tchekhovskoy et al. 2013; Philippov & Spitkovsky 2014] предсказывают квази-монополярное истечение релятивистской электрон-позитронной плазмы с радиальной скоростью, в точности соответствующей скорости дрейфа

$$\mathbf{U}_{\text{dr}} = c \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2} \quad (1)$$

Очевидно, что скорость дрейфа не может одновременно объяснить движение первичного пучка и вторичной плазмы, имеющих существенно разные энергии.

Поэтому возникает вопрос об эволюции энергий этих двух компонент после того, как они покидают магнитосферу пульсара и распространяются в пульсарном ветре. В данной части работы мы показываем, что эффективное торможение первичного пучка может быть реализовано только для молодых и энергичных радиопульсаров (Краб, Вела). В этих случаях происходит замедление до энергии вторичной плазмы после прохождения быстрой магнитозвуковой поверхности $r_F \sim (10 \div 100)R_L$, энергия вторичной плазмы

при этом меняется несущественно. Для обычных пульсаров с периодом $P \sim 1$ с, энергия первичного пучка (из-за прохождения в область с достаточно слабыми полями) остается практически постоянной.

1.2 Основные уравнения

В этой секции мы получаем основные уравнения трехжидкостной магнитной гидродинамики. Мы используем сферическую систему координат (r, θ, φ) с единичными векторами $(\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\varphi)$. Все величины с индексом ‘b’ относятся к пучку первичных частиц, а величины с индексом ‘ \pm ’ – ко вторичной плазме. Заряд электрона равен $-e$.

Чтобы описать торможение первичного пучка мы начинаем с известного квазимонопольного бессилового решения [Michel 1973]:

$$B_r = B_L \frac{R_L^2}{r^2}, \quad (2)$$

$$E_\theta = B_\varphi = -B_L \frac{R_L}{r} \sin \theta, \quad (3)$$

соответствующему нулевой массе частиц m_e . В этом приближении частицы движутся радиально со скоростью $v = c$, плотность тока при этом равна $j_r = c\rho_e$, а плотность заряда

$$\rho_e = -\frac{\Omega B_r}{2\pi c} \cos \theta \quad (4)$$

равна гольдрайховской плотности.

$$\rho_{\text{GJ}} = -\frac{\Omega \mathbf{B}}{2\pi c}. \quad (5)$$

Легко проверить, что поля (2)–(3) с плотностью заряда ρ_e (4) и плотностью тока $j_r = c\rho_e$ являются точными решениями уравнений Максвелла

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi\rho_e, \quad \nabla \times \mathbf{E} = 0, \quad (6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad \nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}. \quad (7)$$

Поэтому можно считать поток частиц радиальным со скоростью $\mathbf{v} = c\mathbf{e}_r$ и плотностью

$$n^\pm = \lambda \frac{\Omega B_L R_L^2}{2\pi c e r^2}, \quad (8)$$

$$n^b = \frac{\Omega B_L R_L^2}{2\pi c e r^2} \cos \theta. \quad (9)$$

Здесь $\lambda = en_e/|\rho_{GJ}| \gg 1$ – так называемый параметр множественности, равный 10^3 – 10^5 для большинства пульсаров. В дальнейшем, мы будем рассматривать случай $\lambda = \text{const}$. Такой выбор соответствует равенству плотностей электронной и позитронной компонент.

Легко заметить, что отличие данного подхода от предыдущих работ [Beskin & Rafikov 2000; Beskin et al. 2004] состоит в том, что рассматривается не двух-, а трехкомпонентная плазма, содержащая первичный пучок с гольдрайховской плотностью $n^b = |\rho_{GJ}|/e$ и лоренц-фактором $\gamma^b \sim 10^7 \gg \gamma^\pm$. Как показано в работе [Arzamasskiy et al. 2015a] в аппендиксе А, это значение находится в согласии с силой радиационного трения, действующей на первичный пучок во время его движения внутри светового цилиндра. С другой стороны, как показано в аппендиксе В той же работы, двух-поточковая неустойчивость не эффективна и поэтому трех-жидкостное приближение достаточно хорошо подходит для описания эволюции пучка.

Следуя приведенным выше работам, мы можем включить в рассмотрение конечную массу частиц как малое возмущение бессилового решения. Это можно сделать так как для радиационно доминированного истечения $\sigma \gg 1$, и истечение остается радиальным [Tomimatsu 1994; Beskin et al. 1998]. Здесь

$$\sigma = \frac{\Omega e B_L R_L^2}{4\lambda m c^3} \quad (10)$$

параметр магнетизации Майкля. Для обычных пульсаров ($P \sim 1$ с, $B_0 \sim 10^{12}$ Гс), получаем $\sigma \sim 10^3 - 10^4$, и только для самых быстрых ($P \sim 0.1 - 0.01$ с, $B_0 \sim 10^{13}$ Гс), $\sigma \sim 10^5 - 10^6$.

В результате, чтобы определить структуру истечения, мы должны анализировать

уравнения Максвелла (6)–(7) и уравнения движения для всех трех компонент

$$(\mathbf{v}^\pm, \nabla)\mathbf{p}^\pm = \pm e \left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}^\pm}{c} \times \mathbf{B} \right), \quad (11)$$

$$(\mathbf{v}^b, \nabla)\mathbf{p}^b = -e \left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}^b}{c} \times \mathbf{B} \right). \quad (12)$$

Удобно ввести электрический потенциал $\Phi_e(r, \theta)$ и функцию магнитного потока $\Psi(r, \theta)$ так, чтобы

$$\mathbf{E} = -\nabla\Phi_e(r, \theta), \quad (13)$$

$$\mathbf{B}_p = \frac{\nabla\Psi \times \mathbf{e}_\varphi}{2\pi r \sin\theta}. \quad (14)$$

После этого можно искать решение в виде

$$n^\pm = \frac{\Omega B_L R_L^2}{2\pi c \varepsilon r^2} [\lambda + \eta^\pm(r, \theta)], \quad (15)$$

$$n^b = \frac{\Omega B_L R_L^2}{2\pi c \varepsilon r^2} [\cos\theta + \eta^b(r, \theta)], \quad (16)$$

$$\Phi_e(r, \theta) = \frac{\Omega R_L^2 B_L}{c} [-\cos\theta + \delta(r, \theta)], \quad (17)$$

$$\Psi(r, \theta) = 2\pi B_L R_L^2 [1 - \cos\theta + \varepsilon f(r, \theta)], \quad (18)$$

$$v_r^{\pm, b} = c [1 - \xi_r^{\pm, b}(r, \theta)], \quad (19)$$

$$v_{\theta, \varphi}^{\pm, b} = c \xi_{\theta, \varphi}^{\pm, b}(r, \theta), \quad (20)$$

с малыми возмущениями η , δ , εf и ξ , вызванными конечной массой частиц. Используя (13) и (14), можно написать

$$B_r = B_L \frac{R_L^2}{r^2} \left(1 + \frac{\varepsilon}{\sin\theta} \frac{\partial f}{\partial \theta} \right), \quad (21)$$

$$B_\theta = -\varepsilon B_L \frac{R_L^2}{r \sin\theta} \frac{\partial f}{\partial r}, \quad (22)$$

$$B_\varphi = B_L \frac{\Omega R_L}{c} \frac{R_L}{r} [-\sin\theta - \zeta(r, \theta)], \quad (23)$$

$$E_r = -B_L \frac{\Omega R_L^2}{c} \frac{\partial \delta}{\partial r}, \quad (24)$$

$$E_\theta = B_L \frac{\Omega R_L^2}{cr} \left(-\sin\theta - \frac{\partial \delta}{\partial \theta} \right). \quad (25)$$

Здесь все функции предполагаются $\ll 1$. Для $v_r = c$, $v_\theta = 0$ и $v_\varphi = 0$ для всех типов частиц, мы возвращаемся к обычному бессиловому решению.

Теперь подставляя (15)–(25) в уравнения Максвелла (6)–(7), мы получаем с точностью до первого порядка малости следующие уравнения:

$$2(\Delta\eta + \eta^b) + \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \delta}{\partial r} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \delta}{\partial \theta} \right) = 0, \quad (26)$$

$$\frac{1}{2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\zeta \sin \theta) = \lambda \Delta \xi_r - \xi_r^b \cos \theta - \Delta \eta - \eta^b, \quad (27)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial r} = \frac{2}{r} (\lambda \Delta \xi_\theta - \xi_\theta^b \cos \theta), \quad (28)$$

$$\frac{\varepsilon}{\sin \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{\varepsilon}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) = 2 \frac{\Omega}{rc} (\cos \theta \xi_\varphi^b - \lambda \Delta \xi_\varphi). \quad (29)$$

Уравнения движения (11) и (12) теперь принимают вид

$$\frac{\partial}{\partial r} (\xi_\theta^\pm \gamma^\pm) + \frac{\xi_\theta^\pm \gamma^\pm}{r} = \pm 4 \lambda \sigma \left(-\frac{1}{r} \frac{\partial \delta}{\partial \theta} + \frac{\zeta}{r} - \frac{\sin \theta}{r} \xi_r^\pm + \frac{c}{\Omega r^2} \xi_\varphi^\pm \right), \quad (30)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} (\xi_\theta^b \gamma^b) + \frac{\xi_\theta^b \gamma^b}{r} = -4 \lambda \sigma \left(-\frac{1}{r} \frac{\partial \delta}{\partial \theta} + \frac{\zeta}{r} - \frac{\sin \theta}{r} \xi_r^b + \frac{c}{\Omega r^2} \xi_\varphi^b \right), \quad (31)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} (\gamma^\pm) = \pm 4 \lambda \sigma \left(-\frac{\partial \delta}{\partial r} - \frac{\sin \theta}{r} \xi_\theta^\pm \right), \quad (32)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} (\gamma^b) = -4 \lambda \sigma \left(-\frac{\partial \delta}{\partial r} - \frac{\sin \theta}{r} \xi_\theta^b \right), \quad (33)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} (\xi_\varphi^\pm \gamma^\pm) + \frac{\xi_\varphi^\pm \gamma^\pm}{r} = \mp 4 \lambda \sigma \left(\varepsilon \frac{c}{\Omega r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{c}{\Omega r^2} \xi_\theta^\pm \right), \quad (34)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} (\xi_\varphi^b \gamma^b) + \frac{\xi_\varphi^b \gamma^b}{r} = 4 \lambda \sigma \left(\varepsilon \frac{c}{\Omega r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{c}{\Omega r^2} \xi_\theta^b \right). \quad (35)$$

Здесь $\Delta A = A^+ - A^-$, поэтому эти слагаемые уходят в одножидкостном пределе.

Формально, система уравнений (26)–(35) требует пятнадцать граничных условий. Мы для простоты рассматриваем случай $\Omega R/c \ll 1$, когда радиус звезды R намного меньше светового цилиндра. В результате можно написать следующие девять граничных усло-

вий:

$$\xi_{\theta}^{\pm}(R_L, \theta) = 0, \quad (36)$$

$$\xi_{\theta}^b(R_L, \theta) = 0, \quad (37)$$

$$\xi_{\varphi}^b(R_L, \theta) = 0, \quad (38)$$

$$\xi_{\varphi}^{\pm}(R_L, \theta) = 0, \quad (39)$$

$$\gamma^{\pm}(R_L, \theta) = \gamma_{\text{in}}, \quad (40)$$

$$\gamma^b(R_L, \theta) = \gamma_{\text{in}}^b, \quad (41)$$

где γ_{in} и γ_{in}^b – начальные лоренц-факторы вторичной плазмы и пучка соответственно.

Также в качестве граничных условий можно взять

$$\delta(R_L, \theta) = 0, \quad (42)$$

$$\varepsilon f(R_L, \theta) = 0, \quad (43)$$

$$\eta^+(R_L, \theta) - \eta^-(R_L, \theta) = 0, \quad (44)$$

$$\eta^b(R_L, \theta) = 0, \quad (45)$$

получающиеся из $\mathbf{E}_L + (\Omega R_L/c)\mathbf{e}_{\varphi} \times \mathbf{B}_L = 0$, что верно для твердотельного вращения с идеальной проводимостью поверхности звезды. Важно заметить, что все выражения верны только для квази-монопольного истечения, которое присутствует только за световым цилиндром.

1.3 Общие свойства

Понятно, что общее решение системы (26)–(35) не может быть найдено. С другой стороны, эта система содержит несколько интегралов движения, которые позволяют нам получить необходимую информацию об энергии истекающей плазмы. В частности, как показано в работе [Beskin & Rafikov 2000], в двухжидкостном приближении наш подход воспроизводит известные одножидкостные результаты для положения быстрой магнито-звуковой поверхности для $\gamma_{\text{in}} \ll \sigma^{1/3}$

$$r_F = \sigma^{1/3} \sin^{-1/3} \theta R_L \quad (46)$$

и для лоренц-фактора плазмы на этой поверхности $\gamma_F = \gamma^\pm(r_F)$

$$\gamma_F = \sigma^{1/3} \sin^{2/3} \theta. \quad (47)$$

Ниже мы показываем, что это также верно для $\gamma_{\text{in}} \gg \sigma^{1/3}$.

Для начала, исключим ξ_θ^\pm и ξ_θ^b из уравнения (28) и, используя (32) и (33), мы получаем следующее выражение

$$\frac{\partial \zeta}{\partial r} = \frac{2}{\tan \theta} \frac{\partial \delta}{\partial r} - \frac{1}{2\sigma \sin \theta} \left(\frac{\partial \gamma^+}{\partial r} + \frac{\partial \gamma^-}{\partial r} \right) - \frac{1}{2\sigma \lambda \tan \theta} \frac{\partial \gamma^b}{\partial r}. \quad (48)$$

Это дает

$$\zeta - \frac{2}{\tan \theta} \delta + \frac{\lambda(\gamma^+ + \gamma^-) + (\gamma^b - \gamma_{\text{in}}^b) \cos \theta}{2\lambda\sigma \sin \theta} = \frac{1}{\sigma \sin \theta} \gamma_{\text{in}} + \frac{l(\theta)}{\sin \theta}, \quad (49)$$

где $\zeta(0, \theta) = l(\theta)/\sin \theta$ и $l(\theta)$ описывают возмущения электрического тока. Выражение (49) относится к сохранению полного потока энергии вдоль магнитных силовых линий.

С другой стороны, комбинируя уравнения (32)–(35), можно получить выражение, соответствующее сохранению z -компоненты углового момента для всех типов частиц.

$$\delta = \varepsilon f \mp \frac{1}{4\lambda\sigma} \gamma^\pm \left(1 - \frac{\Omega r \sin \theta}{c} \xi_\varphi^\pm \right) \pm \frac{1}{4\lambda\sigma} \gamma_{\text{in}}, \quad (50)$$

$$\delta = \varepsilon f + \frac{1}{4\lambda\sigma} \gamma^b \left(1 - \frac{\Omega r \sin \theta}{c} \xi_\varphi^b \right) - \frac{1}{4\lambda\sigma} \gamma_{\text{in}}^b. \quad (51)$$

Теперь, пренебрегая разницей между γ^+ и γ^- , так что $\xi^+ = \xi^-$ и $\gamma^+ = \gamma^- = \gamma$ (что можно сделать в пределе $\sigma \gg 1$ и $\lambda \gg 1$), мы получаем

$$\delta = \varepsilon f, \quad (52)$$

и поэтому

$$\gamma \left(1 - \frac{\Omega r \sin \theta}{c} \xi_\varphi \right) = \gamma_{\text{in}}. \quad (53)$$

Соответственно, из (51) мы имеем

$$\gamma^b \left(1 - \frac{\Omega r \sin \theta}{c} \xi_\varphi^b \right) = \gamma_{\text{in}}^b. \quad (54)$$

С другой стороны, уравнение (33) для $\lambda\sigma \gg 1$ дает

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial \delta}{\partial \theta} + \frac{\zeta}{r} - \frac{\sin \theta}{r} \xi_r + \frac{c}{\Omega r^2} \xi_\varphi = 0. \quad (55)$$

Далее, используя определения (19)–(20) для описания γ в терминах ξ_r и ξ_θ и пренебрегая ξ_θ , можно написать

$$\gamma^2 = \frac{1}{2\xi_r - \xi_\varphi^2}. \quad (56)$$

В результате, из соотношений (53), (55), (56), и (56) можно наконец найти следующее алгебраическое соотношение для гидродинамического лоренц-фактора вторичной плазмы γ

$$2\gamma^3 - 2\sigma \left[K + \frac{1}{2x^2} + \frac{\gamma_{\text{in}}}{\sigma} \right] \gamma^2 + \sigma \sin^2 \theta + \sigma \frac{c^2 \gamma_{\text{in}}^2}{\Omega^2 r^2} = 0, \quad (57)$$

где $x = r/R_L$ и

$$K(r, \theta) = 2 \cos \theta \delta - \sin \theta \frac{\partial \delta}{\partial \theta} - \frac{\gamma^b - \gamma_{\text{in}}^b}{2\sigma \lambda} \cos \theta + \frac{l(\theta)}{\sin \theta}. \quad (58)$$

Уравнения (57)–(58) обобщают соответствующие результаты, полученные в работе [Beskin & Rafikov 2000] для двухкомпонентной плазмы и для $\gamma_{\text{in}} \ll \sigma^{1/3}$. Как уже отмечалось, эти уравнения позволяют нам найти положение быстрой магнитозвуковой поверхности, соответствующей пересечению двух корней алгебраического уравнения (57). Конечно, определив производную $r\partial\gamma/\partial r$, можно получить

$$r \frac{\partial \gamma}{\partial r} = \gamma \sigma \frac{r \partial K / \partial r - x^{-2} [1 - (\gamma_{\text{in}}/\gamma)^2]}{3\gamma - 2\gamma_{\text{in}} - \sigma(2K + x^{-2})}. \quad (59)$$

Так как быстрая магнитозвуковая поверхность является X -точкой, и числитель, и знаменатель этого выражения обнуляются на ней. В результате, приближая $r\partial K/\partial r$ как просто K , мы получаем следующие известные асимптотические выражения [Vogovalov 2001]:

1. Быстрый ротатор ($\gamma_{\text{in}} < \sigma^{1/3}$). В этом случае мы можем пренебречь членами, содержащими γ_{in} . Это дает для $\delta_F = \delta(r_F)$ и пр.

$$\delta_F \approx \sigma^{-2/3}, \quad (60)$$

$$r_F \approx \sigma^{1/3} \sin^{-1/3} \theta R_L, \quad (61)$$

$$\gamma_F = \sigma^{1/3} \sin^{2/3} \theta, \quad (62)$$

причем последнее выражение точное. Как можно заметить, для быстрого ротатора имеет место ускорение плазмы с $\gamma = \gamma_{\text{in}}$ до значения $\gamma = \sigma^{1/3}$, достигаемого на быстрой магнитозвуковой поверхности.

2. Медленный ротатор ($\gamma_{\text{in}} > \sigma^{1/3}$). В этом случае мы получаем

$$\delta_{\text{F}} \approx \gamma_{\text{in}} \sigma^{-1}, \quad (63)$$

$$r_{\text{F}} \approx \sigma^{1/2} \gamma_{\text{in}}^{-1/2} R_{\text{L}}, \quad (64)$$

$$\gamma_{\text{F}} \approx \gamma_{\text{in}}. \quad (65)$$

Для медленного ротатора до быстрой магнитозвуковой поверхности, имеющей сферическую форму, не происходит ускорения вторичных частиц.

1.4 Торможение первичного пучка

В этой секции мы определяем, как энергия первичного пучка изменяется во время его истечения из магнитосферы. Так как мы рассматриваем вторичную плазму в МГД-приближении с нулевым продольным электрическим током, мы можем пренебречь слабым $\partial\delta/\partial r$. Это приводит к простому определению ξ_{θ}^{b} из уравнения (33):

$$\xi_{\theta}^{\text{b}} \approx \frac{r}{4\lambda\sigma} \frac{\partial\gamma^{\text{b}}}{\partial r}, \quad (66)$$

где мы также рассматриваем случай $\sin\theta \sim \cos\theta \sim 1$. С другой стороны, для $\lambda\sigma \gg 1$ можно положить выражение в скобках в уравнении (30) равным нулю. После этого мы можем переписать уравнение (31) в следующем виде:

$$\frac{\partial}{\partial r}(r\xi_{\theta}^{\text{b}}\gamma^{\text{b}}) = 4\lambda\sigma \left[\xi_r^{\text{b}} - \xi_r - \frac{r}{R_{\text{L}}}(\xi_{\varphi}^{\text{b}} - \xi_{\varphi}) \right]. \quad (67)$$

Теперь, из уравнений (53)–(54), (56) и определения

$$\xi_r^{\text{b}} = \frac{1}{2(\gamma^{\text{b}})^2} + \frac{(\xi_{\varphi}^{\text{b}})^2}{2}, \quad (68)$$

можно получить следующее общее уравнение, описывающее торможение:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(x^2 \frac{\partial p}{\partial x} \right) = \Lambda^2 \left(\frac{1}{(\gamma_{\text{in}}^{\text{b}})^2} \frac{1}{p+1} - \frac{1}{\gamma^2} - \frac{1}{x^2} \frac{p}{p+1} + \frac{\Delta}{x^2} \right). \quad (69)$$

Здесь мы используем следующие обозначения

$$p = \frac{(\gamma^{\text{b}})^2 - (\gamma_{\text{in}}^{\text{b}})^2}{(\gamma_{\text{in}}^{\text{b}})^2}, \quad \Lambda = \frac{4\lambda\sigma}{\gamma_{\text{in}}^{\text{b}}}, \quad \Delta = \frac{\gamma^2 - \gamma_{\text{in}}^2}{\gamma^2}. \quad (70)$$

Решение уравнения (69) для различных начальных энергий $m_e c^2 \gamma_{\text{in}}^{\text{b}}$ пучка (и для $\gamma_{\text{in}} = \gamma = \sigma^{1/3}$) показано на рисунке 1. Как мы видим, для очень больших начальных лоренц-факторов пучка $\gamma_{\text{in}}^{\text{b}} > \lambda \sigma$ (зеленая линия), его энергия остается практически неизменной. Ларморовский радиус $r_L = m_e c^2 \gamma^{\text{b}} / e B_L$ для такой большой энергии пучка превышает размер светорого цилиндра R_L , поэтому электромагнитное поле не может возмутить радиальное движение таких частиц. Но, как мы видим для $\gamma_{\text{in}}^{\text{b}} \approx \lambda \sigma^{1/2}$, когда $r_L \approx R_L$ (оранжевая линия), кривая имеет осцилляции, соответствующие вращению в сопутствующей системе отсчета, и энергия пучка уменьшается.

Для еще меньших начальных лоренц-факторов первичных частиц $\gamma_{\text{in}} < \gamma_{\text{in}}^{\text{b}} < \lambda \sigma^{1/2}$ (красная линия) энергия частиц сильно уменьшается (до энергии вторичной плазмы). Здесь снова осцилляции соответствуют вращению в сопутствующей системе отсчета. Для $\gamma_{\text{in}}^{\text{b}} = \gamma = \sigma^{1/3}$ (черная линия), энергия пучка остается постоянной. Наконец, если начальная энергия пучка достаточно близка к энергии вторичной плазмы, пучок либо тормозится, либо ускоряется, вплоть до энергии вторичных частиц. Хотя случай $\gamma_{\text{in}}^{\text{b}} < \gamma$ (синяя линия) невозможен в реальных пульсарах, это решение описывает поведение вторичных частиц: если их начальная энергия меньше $\sigma_M^{1/3}$, они ускоряются до этой энергии.

Для достаточно больших начальных лоренц-факторов пучка, можно положить $p \ll 1$ и пренебречь вторым слагаемым в (69). В этом случае уравнение (69) становится линейным, и его можно решить с помощью функции Грина:

$$p(x) = \Lambda^2 \int_1^x dx' \sin \left(\frac{\Lambda}{x} - \frac{\Lambda}{x'} \right) \left[\frac{1}{\gamma^2(x')} + \frac{\Delta(x')}{x'^2} \right]. \quad (71)$$

После перехода к пределу $x \rightarrow \infty$, мы получаем следующее асимптотическое решение:

$$p(x) \simeq - \left(\frac{\Lambda}{\gamma_{\text{out}}} \right)^2 [\ln(x/\Lambda) - \Gamma]. \quad (72)$$

Здесь

$$\gamma_{\text{out}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \gamma(x), \quad (73)$$

и $\Gamma \simeq 1-10$ – константа, которая слабо зависит от поведения $\gamma(x)$ и Λ . Для постоянной γ и $\Lambda \gtrsim 1$, она равна константе Эйлера-Маскерони $\Gamma \approx 0.577$.

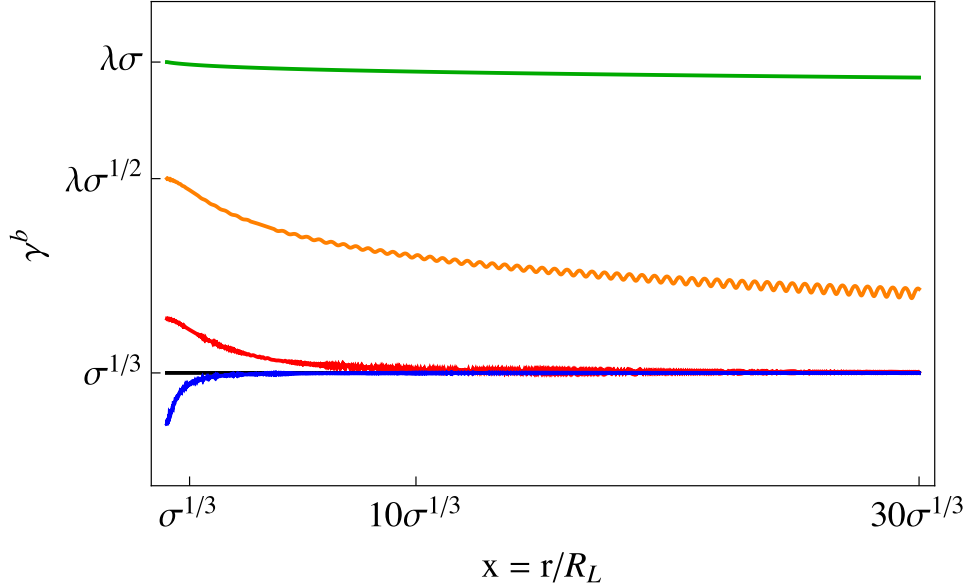


Рис. 1: Эволюция лоренц-фактора пучка $\gamma^b(x)$ для различных начальных энергий $m_e c^2 \gamma_{\text{in}}^b$ (смотрите текст для подробного объяснения).

Приближая теперь $\ln(x/\Lambda) - \Gamma \sim 1$, можно наконец получить следующее уравнение, описывающее лоренц-фактор первичных частиц:

$$(\gamma_{\text{out}}^b)^2 = (\gamma_{\text{in}}^b)^2 - (4\lambda\sigma/\gamma_{\text{out}})^2. \quad (74)$$

Как уже было показано ранее, достаточно большое изменение энергии пучка $\Delta\gamma^b \simeq \gamma_{\text{in}}^b$ возможно только при $\gamma_{\text{in}}^b < \lambda\sigma^{1/2}$. Для $\gamma_{\text{in}}^b > \lambda\sigma$ энергия пучка остается практически постоянной. Рисунок 2 показывает эволюцию $\gamma^b(r)$ в соответствии с численным решением уравнения (69) в сравнении с аналитической асимптотикой (72). Как мы видим, они находятся в отличном согласии. В итоге, энергия первичных частиц стабилизируется на следующих значениях:

$$\gamma_{\text{out}}^b = \gamma_{\text{out}}; \quad \gamma_{\text{in}}^b < \lambda\sigma^{1/2}, \quad (75)$$

$$\gamma_{\text{out}} < \gamma_{\text{out}}^b < \gamma_{\text{in}}^b; \quad \lambda\sigma^{1/2} < \gamma_{\text{in}}^b < \lambda\sigma, \quad (76)$$

$$\gamma_{\text{out}}^b = \gamma_{\text{in}}^b; \quad \gamma_{\text{in}}^b > \lambda\sigma, \quad (77)$$

где γ_{out} – финальный лоренц-фактор вторичной плазмы (см. ниже).

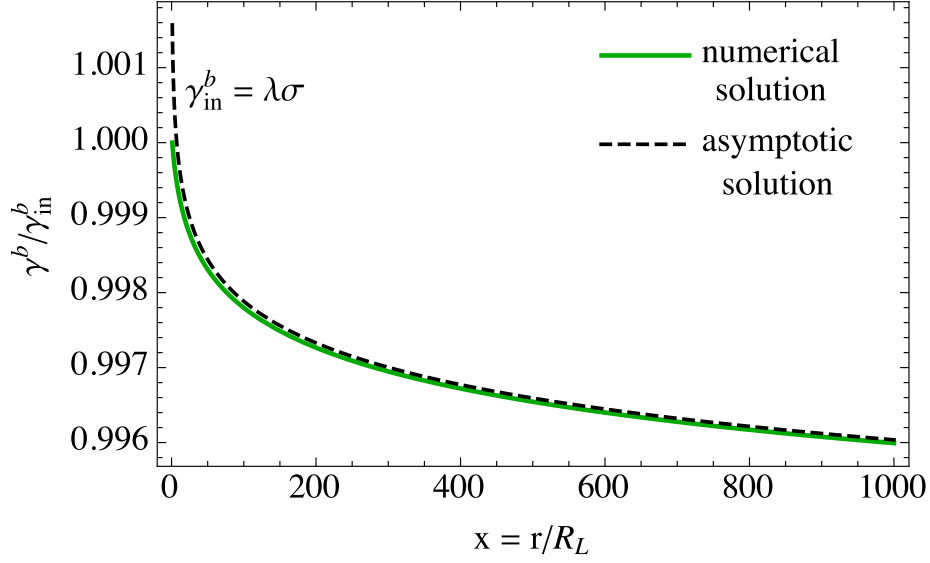


Рис. 2: Эволюция лоренц-фактора первичного пучка для $\gamma_{in}^b = \lambda\sigma$. Зеленая сплошная линия соответствует численному решению точного уравнения (69), а черная пунктирная линия соответствует аналитической асимптотике (72).

Заметьте, что если $\gamma_{in}^b > \lambda\sigma$, полные потери пульсара меньше, чем полная энергия пучка. Поэтому этот случай нефизичен.

1.5 Ускорение вторичной плазмы

Теперь мы можем вычислить конечный лоренц-фактор вторичной плазмы γ_{out} . Для этого мы ищем решение уравнения (57) в пределе $x \rightarrow \infty$. Пренебрегая возмущением электрического тока, мы можем приблизить $K(r, \theta)$ в уравнении (58) как

$$K_{\infty} = \delta_{\infty} - \frac{\gamma_{out}^b - \gamma_{in}^b}{2\sigma\lambda}. \quad (78)$$

На больших расстояниях снаружи быстрой магнитозвуковой поверхности мы можем пренебречь двумя последними слагаемыми в уравнении (57), что дает нам простое выражение для γ_{out} :

$$\gamma_{out} = \gamma_{in} + \sigma \left(\delta_{\infty} - \frac{\gamma_{out}^b - \gamma_{in}^b}{2\lambda\sigma} \right). \quad (79)$$

Согласно уравнениям (60), (63), $\delta_\infty \sim \max(\sigma^{-2/3}, \gamma_{\text{in}}\sigma^{-1})$, так что мы приближаем уравнение (79) как

$$\gamma_{\text{out}} = \max(\sigma^{1/3}, \gamma_{\text{in}}) - \frac{\gamma_{\text{out}}^{\text{b}} - \gamma_{\text{in}}^{\text{b}}}{2\lambda}. \quad (80)$$

В дальнейшем, мы для простоты рассматриваем случай $\gamma_{\text{in}} \ll \sigma^{1/3}$, но наши результаты можно легко обобщить для обратного случая.

Заметьте, что уравнение (80) задает γ_{out} неявно, так как $\gamma_{\text{out}}^{\text{b}}$ зависит от γ_{out} :

$$\gamma_{\text{out}}^{\text{b}} - \gamma_{\text{in}}^{\text{b}} \approx \frac{(\gamma_{\text{out}}^{\text{b}})^2 - (\gamma_{\text{in}}^{\text{b}})^2}{2\gamma_{\text{in}}^{\text{b}}} = \frac{\gamma_{\text{in}}^{\text{b}}}{2} p_{\text{out}}(\gamma_{\text{out}}). \quad (81)$$

Это приближение верно только когда замедление пучка мало, то есть для достаточно больших $\gamma_{\text{in}}^{\text{b}}$. В этом пределе, используя (72), мы наконец получаем

$$\gamma_{\text{out}} = \sigma^{1/3} + \frac{4\lambda\sigma^2}{\gamma_{\text{in}}^{\text{b}}\gamma_{\text{out}}^2}. \quad (82)$$

Для очень больших $\gamma_{\text{in}}^{\text{b}}$, можно положить $\gamma_{\text{out}} = \gamma_{\text{in}} = \sigma^{1/3}$, так что и пучок, и вторичная плазма не меняют своих энергий. Но имеется ряд значений $\gamma_{\text{in}}^{\text{b}}$, при которых второе слагаемое в выражении (82) больше, чем первое. Для таких параметров

$$\gamma_{\text{out}} \sim \frac{\lambda^{1/3}\sigma^{2/3}}{(\gamma_{\text{in}}^{\text{b}})^{1/3}}. \quad (83)$$

Наконец, для достаточно маленьких $\gamma_{\text{in}}^{\text{b}}$, можно положить $\gamma_{\text{out}}^{\text{b}} = \sigma^{1/3}$. Тогда, для $\lambda \gg 1$ уравнение (80) переходит в

$$\gamma_{\text{out}} = \sigma^{1/3} + \frac{\gamma_{\text{in}}^{\text{b}}}{2\lambda}. \quad (84)$$

Поэтому, для достаточно малых начальных энергий пучка, энергия вторичной плазмы линейно растет с $\gamma_{\text{in}}^{\text{b}^{-1}}$.

Можно построить следующее приближенное выражение, которое верно в обоих пределах

$$\gamma_{\text{out}} = \sigma^{1/3} + \left[\left(\frac{\gamma_{\text{in}}^{\text{b}}}{2\lambda} \right)^{-1} + \left(\frac{\lambda^{1/3}\sigma^{2/3}}{(\gamma_{\text{in}}^{\text{b}})^{1/3}} \right)^{-1} \right]^{-1} \quad (85)$$

¹Для $\gamma_{\text{in}}^{\text{b}} < \gamma_{\text{in}}$, уравнение (80) дает $\gamma_{\text{out}} < \gamma_{\text{in}}$, то есть вторичная плазма теряет энергию и ускоряет первичные частицы

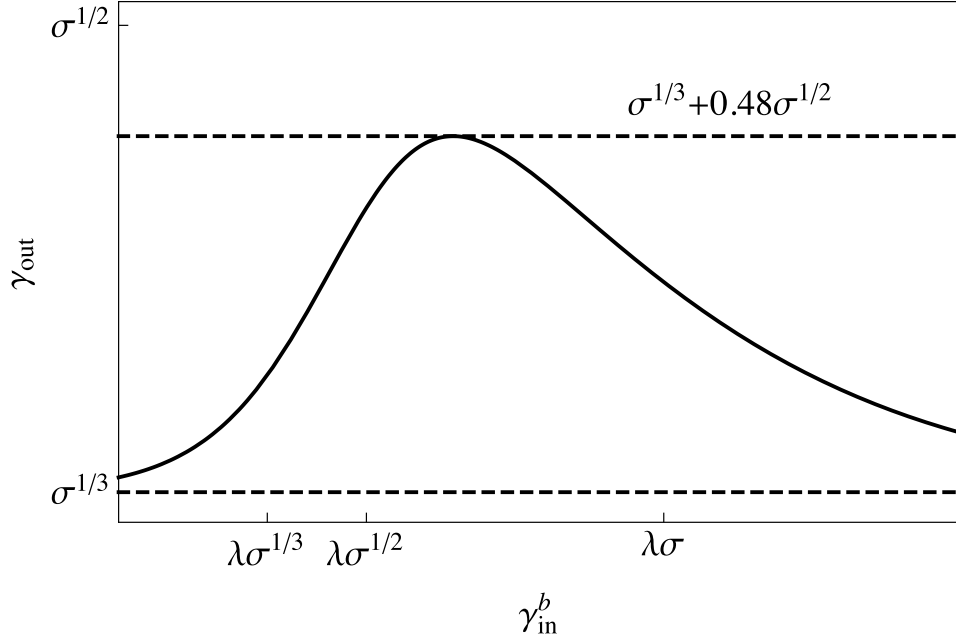


Рис. 3: Финальный лоренц-фактор вторичной плазмы согласно уравнению (85).

и определяет максимальную энергию вторичной плазмы

$$\gamma_{out}^{\max} \sim \sigma^{1/2}, \text{ для } \gamma_{in}^b = \lambda\sigma_M^{1/2}. \quad (86)$$

Рисунок 3 показывает полученное асимптотическое поведение (85). Точное положение максимума находится при $\gamma_{in}^b = 6^{3/4}\lambda\sigma_M^{1/2}$ и $\gamma_{out}^{\max} = \sigma_M^{1/3} + 0.25(3/8)^{3/4}\sigma_M^{1/2} \approx \sigma_M^{1/3} + 0.48\sigma_M^{1/2}$. При этом нужно понимать, что максимальный гамма-фактор вторичной плазмы очень близок к начальному: даже для самых быстрых пульсаров,

$$\gamma_{out}^{\max} / \gamma_{in} = \sigma^{1/6} \sim 10. \quad (87)$$

Все написанные выше выражения остаются такими же в случае $\gamma_{in} \gg \sigma^{1/3}$. Единственное различие в первом члене правых частях уравнений (82), (84), и (85), в которые нужно подставить γ_{in} вместо $\sigma_M^{1/3}$. Это показывает, что для таких пульсаров эффект ускорения пульсарного ветра первичными частицами еще слабее. Для $\gamma_{in} \gg \sigma_M^{1/2}$ этот эффект совсем исчезает.

2 Аналитическая модель асимптотической структуры пульсарного ветра

2.1 Введение

Ускорение частиц в компактных объектах является классической проблемой современной астрофизики. Наблюдаемое излучение в ГэВ и даже ТэВ диапазонах является прямым доказательством наличия частиц, ускоренных до лоренц-факторов γ порядка 10^4 – 10^5 .

Радиопульсары считаются наиболее эффективными ускорителями частиц. Быстрое вращение нейтронной звезды (с радиусом $R \sim 10$ – 15 км и периодом $P \sim 1$ с) с магнитным полем у поверхности $B_0 \sim 10^{11}$ – 10^{13} Гс (и даже 10^{13} – 10^{15} для магнетаров) неизбежно приводит к генерации большого электрического поля $E \sim (\Omega R_0/c)B_0$. Здесь $\Omega = 2\pi/P$ – угловая скорость пульсара, а $R_0 \approx (\Omega R/c)^2 R$ – радиус полярной шапки, соответствующих характерному масштабу ‘центральной машины’. Энергетику пульсара определяет разность потенциалов $\Delta V \sim eB_0 R_0$ В.

Чтобы самосогласованно определить специфику реализации эффективного ускорения частиц, необходимо детально понимать структуру магнитосферы пульсара и пульсарного ветра. Важные аналитические результаты были получены уже в первой четверти века после открытия пульсаров. В частности, роль квантово-механических процессов рождения частиц была показана в работах [Sturrock 1971; Ruderman & Sutherland 1975; Arons 1981]. Была показана возможность квази-радиального радиационно-доминированного ветра, уносящего электромагнитную энергию на бесконечность [Michel 1973; Blandford 1976; Bogovalov 1999]. Также было предсказано полное экранирование магнитодипольного излучения плазмой, заполняющей магнитосферу пульсара [Beskin, Gurevich & Istomin 1993]. Позже эти результаты были подтверждены численно для осесимметричной [Contopoulos et al. 1999; Timokhin 2006; Gruzinov 2006; Komissarov 2006] и наклонной магнитосферы [Tchekhovskoy et al. 2011; Kalapotharakos et al. 2012].

В результате, на достаточно большом расстоянии от нейтронной звезды $r \gg R_L$ ($R_L = c/\Omega$ – радиус светового цилиндра) теория предсказывает квази-радиальное истече-

ние релятивистской электрон-позитронной плазмы вдоль силовых линий полоидального магнитного поля. Так как полный магнитный поток должен равняться нулю, такая магнитосфера должна содержать токовый слой, разделяющий участки с противоположно направленным магнитным полем. Вплоть до светового цилиндра энергия в основном переносится электромагнитным полем (т.е. потоком вектора Пойнтинга $\mathbf{S} = (c/4\pi)\mathbf{E} \times \mathbf{B}$), но где-то на большом расстоянии электромагнитная энергия передается частицам. Механизм этой передачи является основным вопросом при исследовании ускорения частиц. До сих пор этот вопрос остается открытым, так как идеальная магнитогидродинамика предсказывает очень неэффективное ускорение квази-радиального течения [Tomimatsu 1994; Beskin et al. 1998].

Чтобы МГД-истечение имело место, необходимо, чтобы электрическое поле \mathbf{E} было меньше магнитного \mathbf{B} . В пульсарном ветре это может быть реализовано только в том случае, если полный ток I , текущий в магнитосфере (и генерирующий тороидальное поле B_φ) достаточно большой, так, чтобы на световом цилиндре тороидальное поле $B_\varphi \approx 2I/(cR_L)$ становится не меньше электрического поля. Конечно, и B_φ , и E уменьшаются с расстоянием r как r^{-1} (и, соответственно, $S \propto r^{-2}$). Так как полоидальное магнитное поле B_p для квази-радиальной структуры падает гораздо быстрее ($B_p \propto r^{-2}$), само МГД-приближение $E < B$ может быть применено только, если полный электрический ток I , циркулирующий в магнитосфере, не меньше, чем так называемый ток Гольдрайха-Джулиана (гольдрайховский ток)

$$I_{\text{GJ}} = \pi R_0^2 j_{\text{GJ}}^{\text{A}}. \quad (88)$$

Здесь

$$j_{\text{GJ}}^{\text{A}} = \frac{\Omega B_0}{2\pi} \quad (89)$$

это амплитуда гольдрайховской плотности тока.

Здесь необходимо заметить одну важную деталь. Определение гольдрайховской плотности заряда

$$\rho_{\text{GJ}} = -\frac{\Omega \mathbf{B}}{2\pi c} \quad (90)$$

содержит фактор $\cos \theta_m$, где θ_m – угол между векторами $\boldsymbol{\Omega}$ and \mathbf{B} . В результате, для того, чтобы условие (88) было выполнено для достаточно большого угла наклона χ между $\boldsymbol{\Omega}$ и магнитным моментом нейтронной звезды \mathbf{m} , плотность тока j должна быть больше, чем локальная гольдрайховская плотность $j_{\text{GJ}} = \rho_{\text{GJ}} c$

$$j_{\text{GJ}} = \frac{\Omega \mathbf{B}}{2\pi} \cos \theta_m. \quad (91)$$

Поэтому, чтобы существовало квази-радиальное магнитное истечение, механизм рождения частиц должен поддерживать достаточно большой продольный ток $j > j_{\text{GJ}}$ (91). Сейчас эта точка зрения общепринята (например, [Timokhin & Arons 2012]), и мы в этой работе мы будем ее придерживаться. С другой стороны, эффективное ускорения частиц может быть реализовано не только, если механизм рождения частиц может поддерживать достаточно большой продольный ток j . Оно может происходить и на так называемой световой поверхности $E = B$, которая неизбежно возникает за световым цилиндром, если $j < j_{\text{GJ}}$ [Beskin, Gurevich & Istomin 1993; Beskin & Rafikov 2000].

2.2 Бессиловое асимптотическое поведение пульсарного ветра

2.2.1 Основные уравнения

В этой секции мы обсуждаем асимптотическое поведение пульсарного уравнения [Mestel 1973; Okamoto 1974]

$$-\left(1 - \frac{\Omega_{\text{F}}^2 \varpi^2}{c^2}\right) \nabla^2 \Psi + 2 \frac{1}{\varpi} \frac{\partial \Psi}{\partial \varpi} + \frac{\varpi^2 \Omega_{\text{F}}}{c^2} (\nabla \Psi)^2 \frac{d\Omega_{\text{F}}}{d\Psi} - \frac{16\pi^2}{c^2} I \frac{dI}{d\Psi} = 0, \quad (92)$$

описывающего электромагнитное поле пульсарного ветра

$$\mathbf{E} = -\frac{\Omega_{\text{F}}}{2\pi c} \nabla \Psi, \quad (93)$$

$$\mathbf{B} = \frac{\nabla \Psi \times \mathbf{e}_{\varphi}}{2\pi r \sin \theta} - \frac{2I}{cr \sin \theta} \mathbf{e}_{\varphi} \quad (94)$$

в бессиловом приближении. Здесь $\Psi = \Psi(r, \theta)$ – магнитный поток, а два ‘интеграла движения’ $\Omega_{\text{F}} = \Omega_{\text{F}}(\Psi)$ и $I = I(\Psi)$ – соответственно угловая скорость заряженных частиц и

полный ток через поверхность с потоком Ψ . Ниже мы для простоты рассматриваем случай $\Omega_F = \text{const}$. Это соответствует достаточно быстрому вращению нейтронной звезды, когда падение потенциала через внутренний зазор намного меньше его максимального значения.

Первое решение ‘пульсарного уравнения’ (92), содержащее радиальный ветер было получено [Michel 1973]. Было продемонстрировано, что монополярная конфигурация магнитного поля, соответствующая магнитному потоку

$$\Psi(r, \theta) = \Psi_0(1 - \cos \theta), \quad \theta < \pi/2, \quad (95)$$

$$\Psi(r, \theta) = \Psi_0(1 + \cos \theta), \quad \theta > \pi/2 \quad (96)$$

является точным решением пульсарного уравнения, если выполняется также соотношение

$$4\pi I(\Psi) = \Omega_F(\Psi) (2\Psi - \Psi^2/\Psi_0) \quad (97)$$

В этом случае

$$B_r = B_L \frac{R_L^2}{r^2} \Theta(\cos \theta), \quad (98)$$

$$B_\varphi = E_\theta = -B_L \frac{R_L}{r} \sin \theta \Theta(\cos \theta), \quad (99)$$

где $B_L = B_p(R_L, \pi/2)$, а $\Theta(x) = \text{sign}(x)$. Это решение, описывающее осесимметричный случай называется *сплит-монополярной*, так как оно содержит экваториальный токовый слой, разделяющий противоположно направленные магнитные потоки.

Позже [Ingraham 1973] нашел более общее асимптотическое решение, т.е. решение в пределе $r \rightarrow \infty$. Он показал, что в этом пределе произвольная функция $\Psi = \Psi(\theta)$ остается решением пульсарного уравнения (92), если

$$4\pi I(\theta) = \Omega_F(\theta) \sin \theta \frac{d\Psi}{d\theta}. \quad (100)$$

Согласно (94), это приводит к тому, что в асимптотике $r \rightarrow \infty$ любая зависимость от θ полоидального магнитного поля $B_p = B_p(\theta)$ может быть реализована; что же касается соотношения (90), оно остается верным только для монополярной структуры (98)–(99).

Используя уравнения (93)–(94), легко проверить, что оба условия (97) и (100) относятся к понятному соотношению $E_\theta = B_\varphi$.

Наконец, было получено, что подходящее решение может быть построено и для наклонного ротатора. Согласно [Vogovalov 1999], *наклонный сплит-монополь*

$$B_p = B_L \frac{R_L^2}{r^2} \Theta(\Phi), \quad (101)$$

$$B_\varphi = E_\theta = -B_L \frac{R_L}{r} \sin \theta \Theta(\Phi), \quad (102)$$

где теперь

$$\Phi = \cos \theta \cos \chi - \sin \theta \sin \chi \cos [\varphi - \Omega (t - r/c)], \quad (103)$$

и χ – это угол наклона, также является точным решением пульсарного уравнения. В полярных областях $\theta < \pi/2 - \chi$ и $\theta > \pi/2 + \chi$ это решение совпадает с независимым от времени решением Майкля (98)–(99), но в экваториальной области $\pi/2 - \chi < \theta < \pi/2 + \chi$ все компоненты поля меняют знаки при переходе через токовый слой, положение которого определяется условием $\Phi = 0$.

2.2.2 Асимптотическое поведение

В этой секции мы обобщаем решения, упомянутые выше, чтобы удовлетворить результатам, полученным из численного моделирования. Как было показано в работе [Tchekhovskoy et al. 2011], для достаточно большого угла наклона $\chi > 60^\circ$ усредненное по φ полоидальное магнитное поле зависит от угла θ как

$$\langle B_p \rangle \propto \sin \theta. \quad (104)$$

Поэтому структура решения с зависящим от θ магнитным полем (100) должна быть рассмотрена более детально.

Так как мы в основном заинтересованы в асимптотическом поведении при $r \gg R_L$, мы ищем решение уравнения Грэда-Шафранова (92) в форме

$$\Psi(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n(\theta) \left(\frac{R_L}{r} \right)^{2n}. \quad (105)$$

Как уже было показано, функция $\Psi_0(\theta)$, описывающая асимптотическое магнитное поле, может быть произвольной, если выполняется условие (100) $4\pi I(\theta) = \Omega_F \sin \theta d\Psi_0/d\theta$.

Согласно (93)–(94), в нулевом приближении мы получаем

$$B_r = B_L \left(\frac{R_L}{r} \right)^2 \frac{\Psi'_0(\theta)}{\sin \theta} \Theta(\cos \theta), \quad (106)$$

$$B_\varphi = E_\theta = -B_L \frac{R_s}{r} \Psi'_0(\theta) \Theta(\cos \theta), \quad (107)$$

$$B_\theta = E_\varphi = E_r = 0, \quad (108)$$

где штрихи соответствуют производным по θ , т.е. $\Psi'_0 = d\Psi_0/d\theta$ и $\Psi''_0 = d^2\Psi_0/d\theta^2$. Монопольное решение Майкля соответствует $\Psi'_0(\theta) = \sin \theta$. Что же касается уравнения на возмущение $\Psi_1(\theta)$, оно принимает форму

$$\frac{1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Psi_1}{d\theta} \right) - \left(\cot^2 \theta + 3 \frac{\Psi''_0}{\Psi'_0} \cot \theta + \frac{\Psi'''_0}{\Psi'_0} - 3 \right) \Psi_1 = \frac{1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\frac{\Psi'_0}{\sin \theta} \right). \quad (109)$$

В частности, для $\Psi'_0 = \sin \theta$ мы получаем $\Psi_1(\theta) = 0$, т.е. чисто радиальное течение. С другой стороны, для $\Psi'_0(\theta) = \sin^2 \theta$ (т.е. для $B_r \propto \sin \theta$) мы получаем

$$\frac{1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Psi_1}{d\theta} \right) - (9 \cot^2 \theta - 5) \Psi_1 = 2|\cot \theta|. \quad (110)$$

На рисунке 4 мы приводим функцию $\Psi_1(\theta)$ без расходимостей при $\theta = 0$ и $\theta = \pi/2$; эти два условия полностью определяют решение уравнения (110). Как мы видим, эта функцию конечна, и поэтому возмущение магнитного поля спадает как R_L^2/r^2 . В дальнейшем мы будем пользоваться этим свойством.

Чтобы теперь получить поля для наклонного случая, мы используем процедуру, примененную в [Vogovalov 1999]. Вместо того, чтобы умножать осесимметричное решение на $\Theta(\cos \theta)$, мы умножим его на $\Theta(\Phi)$. Как легко проверить, эти поля также удовлетворяют уравнения Максвелла везде, кроме токового слоя, расположенного при $\Phi(r, \theta, \varphi) = 0$. Поэтому можно сделать вывод, что форма токового слоя не зависит от угловую зависимость магнитного поля.

Наконец, используя определения (106) и (107), можно получить следующие простые соотношения между угловыми зависимостями магнитного поля $B_r(\theta)$ и потока энергии в

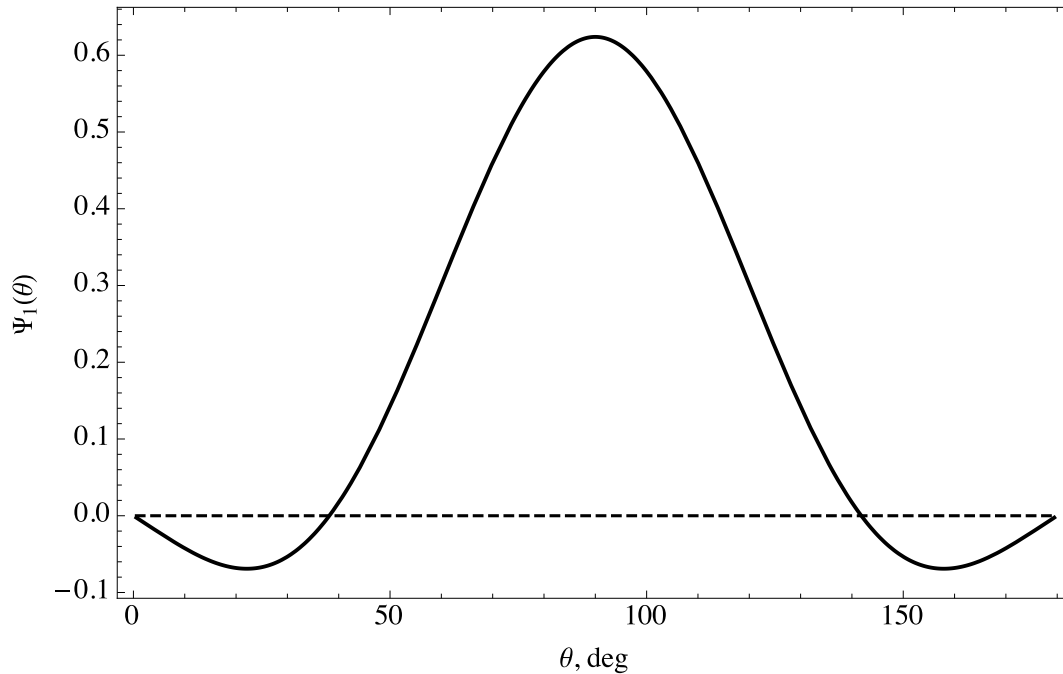


Рис. 4: Функция $\Psi_1(\theta)$ без расходимостей при $\theta = 0$ и $\theta = \pi/2$.

пульсарном ветре $L(\theta) = cB_\varphi E_\theta/4\pi$

$$L(\theta) \propto \sin^2 \theta B_r^2(\theta). \quad (111)$$

Для $B_r = \text{const}$ мы возвращаемся к выражению $L(\theta) = \sin^2 \theta$, которое широко используется в литературе [Bogovalov & Khangoulyan 2009]. С другой стороны, для $B_r(\theta) \propto \sin \theta$ мы имеем

$$L(\theta) \propto \sin^4 \theta, \quad (112)$$

то есть в точности то же самое что получено численно в работе [Tchekhovskoy 2011]. Конечно, как и в (104), это относится к усредненным по φ величинам. Тем не менее, этот результат показывает, что даже очень простые аналитические оценки могут с хорошей точностью описать результаты численного моделирования.

2.3 Внутренняя структура токового слоя

2.3.1 МГД–приближение

Существует две причины, по которым модель, рассматриваемая выше, слишком проста для описания основных свойств токового слоя. Во-первых, в этой модели слой бесконечно тонок. Во-вторых, в рамках бессилового приближения частицы с нулевой массой движутся со скоростью света. Как можно заметить из (103), токовый слой движется с той же скоростью, что не позволяет нам детально исследовать его внутреннюю структуру.

Поэтому в дальнейшем мы попробуем перейти в систему отсчета, сопутствующую истекающей плазме. Это поможет нам отделить внутренние процессы, происходящие в токовом слое, от общего радиального движения. Разумеется, в рамках бессилового приближения это невозможно. Поэтому мы будем использовать более общей МГД подход, описанный в [Beskin & Rafikov 2000] (смотрите также [Beskin et al. 2004] и аппендикс работы [Arzamasskiy et al. 2015b] для больших деталей).

Для описания радиационно-доминированного МГД-истечения очень удобно ввести два безразмерных параметра, а именно параметр магнетизации Майкля σ и параметр множественности λ [Beskin 2010]. Здесь

$$\sigma = \frac{e\Omega\Psi_{\text{tot}}}{8\pi\lambda m_e c^3}, \quad (113)$$

где $\Psi_{\text{tot}} = \Psi(\pi/2)$ – это полный магнитный поток через верхнее полушарие, а

$$\lambda = \frac{n_e}{n_{\text{GJ}}} \quad (114)$$

($n_{\text{GJ}} = \Omega B_p / 2\pi c |e|$ – гольдрайховская плотность). Для обычных пульсаров $\sigma \sim 10^3$ – 10^4 , а $\lambda \sim 10^3$ – 10^4 , и только для самых быстрых $\sigma \sim 10^5$ – 10^6 , а $\lambda \sim 10^4$ – 10^5 . В бессиловом приближении $m_e \rightarrow 0$, получаем $\sigma \rightarrow \infty$. С другой стороны, для конечного σ скорости частиц меньше скорости света (см. ниже). Мы также предполагаем, что лоренц-фактор инжекции, равный $\gamma_{\text{in}} \sim 10^2$, одинаков для всей области истечения.

В результате, согласно и теории [Beskin et al. 1998], и численным расчетам [Bogovalov & Tsiganos 1999], квази-радиальное МГД течение пересекает быструю магнитозвуковую

поверхность на расстоянии

$$r_F/R_L = \min(\sigma^{1/3} \sin^{-1/3} \theta, \sqrt{\sigma/\gamma_{\text{in}}}), \quad (115)$$

с лорен-фактором на поверхности, равным (см. также [Arzamasskiy et al. 2015a])

$$\gamma_F = \max(\sigma^{1/3} \sin^{2/3} \theta, \gamma_{\text{in}}). \quad (116)$$

Для $\gamma_{\text{in}} \ll \sigma^{1/3}$ (быстрое вращение) важно использовать второе выражение, тогда как для $\gamma_{\text{in}} \gg \sigma^{1/3}$ (медленное вращение) течение сосредоточено в узком конусе $\theta < \gamma_{\text{in}}^{3/2} \sigma^{-1/2}$ вблизи оси вращения.

Очень важно, что и для быстрого, и для медленного вращения, за быстрой магнито-звуковой поверхностью нету коллимации и ускорения частиц. Более точно,

$$\gamma \approx \sigma^{1/3} \sin^{2/3} \log^{1/3}(r/r_F) \quad (117)$$

для быстрого и $\gamma_F \approx \gamma_{\text{in}}$ для медленного вращения [Tomimatsu 1994; Beskin et al. 1998]. Это показывает, что с логарифмической точностью можно считать, что на больших расстояниях $r \gg r_F$ частицы движутся с постоянной скоростью $v_r < c$, в точности соответствующей скорости дрейфа $U_{\text{dr}}/c = E/B$ [Tchekhovskoy et al. 2009; Beskin 2010]. Это свойство облегчает переход в сопутствующую систему отсчета.

2.3.2 Поля в сопутствующей системе отсчета

Как уже было сказано, первые попытки описания внутренней структуры пульсарного ветра [Michel 1973; Coroniti 1990] были не самосогласованы и не могли дать правильных выражений для, например, зависимости толщины слоя $\Delta(r)$ от расстояния r . Решение Боговалова (98)–(99) относится к бесконечно тонкому токовому слою, и поэтому ничего не говорит о его внутренней структуре. Во всех случаях достаточно тяжело отделить поля нулевого порядка, возникающие от радиального дрейфового движения с релятивистской скоростью $v \approx c$, от более слабых полей, контролирующих внутреннюю структуру слоя.

Следующий шаг был сделан [Lyubarsky & Kirk 2001], которые описали внутреннюю структуру токового слоя, введя ‘быстрые’ и ‘медленные’ переменные, позволяющие рас-

смотреть токовый слой, движущийся со скоростью $v_{\text{sh}} < c$. В результате, были рассмотрены следующие поля

$$B_r = B_L \frac{R_L^2}{r^2} \tanh(\Phi_1), \quad (118)$$

$$B_\varphi = -\frac{B_L R_L}{\beta r} \sin \theta \tanh(\Phi_1), \quad (119)$$

$$E_\theta = -B_L \frac{R_L}{r} \sin \theta \tanh(\Phi_1). \quad (120)$$

Здесь

$$\Phi_1 = \cos \theta \cos \chi - \sin \theta \sin \chi \cos [\varphi - \Omega(t - r/\beta c)], \quad (121)$$

где $\beta = v_{\text{sh}}/c < 1$, а функция $\tanh(\dots)$ была взята из исторических соображений (на самом деле эта функция может быть произвольной).

К сожалению, такие поля не могут быть рассмотрены как хорошее нулевое приближение, так как они не удовлетворяют бессилловому пределу внутри токового слоя конечной толщины. Как можно легко проверить, зависимость от θ и φ функции Φ_1 (121) показывает отсутствие θ - и φ - компонент плотности ток внутри слоя даже в бессилловом приближении. С другой стороны, в этом пределе $j_r = \rho_e c$, и поэтому, чтобы поддерживать компоненты j_θ и j_φ , скорость частиц должна быть больше скорости света. Кроме того, [Lyubarsky & Kirk 2001] не учитывали радиальную компоненту уравнения Максвелла $\nabla \times \mathbf{B} = \dots$ (было постулировано, что радиальная компонента плотности тока $j_r = 0$ вместо $[\nabla \times \mathbf{B}]_r \neq 0$), поэтому их анализ также не может считаться самосогласованным.

В этой работе мы показываем другой способ решения проблемы, связанный с переходом в сопутствующую токовому слою систему отсчета. Это позволит нам избавиться от лидирующих компонент электромагнитного поля, возникающих от общего дрейфового движения. Наше рассмотрение базируется на другом точном бессилловом решении, полученным [Lyutikov 2011]

$$B_r = B_L \left(\frac{R_L}{r} \right)^2; \quad (122)$$

$$B_\varphi = E_\theta = -\frac{B_L R_L}{r} \sin \theta f(r - ct), \quad (123)$$

где $f(\dots)$ – произвольная функция. Не имея зависимостей от θ и φ , такие поля находятся в согласии с условием $\mathbf{j} = \rho_e c \mathbf{e}_r$. Мы можем использовать это решение для наклонного ротатора, так как форма токового слоя в этом случае близка к сферической волне.

Конечно, важно заметить, что это решение не содержит изменения знака радиальной компоненты магнитного поля B_r . Поэтому, в дальнейшем мы будем считать $B_r = 0$. Как хорошо известно, это приближение хорошо работает за быстрой магнитозвуковой поверхностью $r > r_F$ и широко используется при анализе пульсарного ветра [Lyubarsky & Kirk 2001]). Конечно, согласно (115)–(116), для быстрого ротатора тороидальное магнитное поле в сопутствующей системе $B'_\varphi = B_\varphi/\gamma$ становится больше полоидального $B'_r = B_r$ за быстрой магнитозвуковой поверхностью; для медленного ротатора это имеет место даже на более близких расстояниях. С другой стороны, мы можем изменить это решение для произвольной зависимости от θ полоидального магнитного поля $B_p(\theta)$ которая, как уже было отмечено, лучше описывает реальную структуру пульсарного ветра. Конечно, и возмущение полоидального магнитного поля, возникающее из МГД-возмущений [Beskin et al. 1998], и возмущение (105), связанное с θ -зависимостью полоидального поля имеют один и тот же порядок малости $\sim \sigma^{-2/3}$ на быстрой магнитозвуковой поверхности, и поэтому ими можно пренебречь.

Для $f \equiv -\tanh$ поля в лабораторной системе равны

$$B_\varphi = \frac{1}{\beta} \frac{B_L R_L}{r} \sin \theta \tanh \left(\frac{r - \beta ct}{\Delta} \right); \quad (124)$$

$$E_\theta = \frac{B_L R_L}{r} \sin \theta \tanh \left(\frac{r - \beta ct}{\Delta} \right), \quad (125)$$

где Δ – толщина токового слоя.

Плотность заряда в этой системе равна гольдрайховской плотности:

$$\rho = -\frac{B_L R_L}{2\pi r^2} \cos \theta \tanh \left(\frac{r - \beta ct}{\Delta} \right) = n_{GJ} e, \quad (126)$$

плотность тока равна

$$j = \frac{\rho}{\beta}. \quad (127)$$

Скорость истечения не равна c , и можно искать поправки первого порядка в следующей форме:

$$v_r^\pm/c = 1 - \xi_r^\pm; \quad v_\theta^\pm/c = \xi_\theta^\pm; \quad v_\varphi^\pm/c = \xi_\varphi^\pm. \quad (128)$$

Так как плотности

$$n^\pm = n_{GJ} \left(\lambda \mp \frac{1}{2} \right) \quad (129)$$

и $j = en^+v_r^+ - en^-v_r^-$, мы можем записать

$$\xi_r^\pm = 1 - \beta \pm \frac{1}{2\lambda\gamma^2\beta}, \quad (130)$$

или

$$v_r^\pm/c = \beta \mp \frac{1}{2\lambda\gamma^2\beta}. \quad (131)$$

Здесь λ – параметр множественности плазмы.

Далее, используя общий метод, описанный в апендиксе работы [Arzamasskiy et al. 2015b], мы можем записать поля в форме

$$B_r = B_L \left(\frac{R_L}{r} \right)^2 \left[\frac{F(\theta)}{\sin \theta} + \varepsilon f \right], \quad (132)$$

$$B_\varphi = -B_L \frac{R_s}{r} [F(\theta) + \zeta], \quad (133)$$

$$E_\theta = -B_L \frac{R_s}{r} \left[F(\theta) + \frac{\partial \delta}{\partial \theta} \right], \quad (134)$$

где члены $F(\theta)$ относятся к бессиловому решению, а малые функции $\varepsilon f(r, \theta)$, $\delta(r, \theta)$, и $\zeta(r, \theta)$ описывают возмущения, связанные с МГД-поправками.

Самое важное свойство этого решения заключается в том, что тороидальное магнитное поле B_φ (133) больше, чем электрическое поле E_θ (134). Конечно, как показано в апендиксе [Arzamasskiy et al. 2015b], в гидродинамическом пределе $\sigma\lambda \gg 1$ возмущения ζ и δ связаны соотношением

$$\zeta = \frac{\partial \delta}{\partial \theta} + F(\theta)\xi_r - \frac{c}{\Omega r}\xi_\varphi, \quad (135)$$

где за быстрой магнитозвуковой поверхностью можно пренебречь последним слагаемым.

Для изучения полей в системе отсчета, движущейся с токовым слоем, нам нужно записать поля в декартовых координатах и сделать преобразование Лоренца

$$B'_x = B_x; B'_y = \gamma(B_y + \beta E_z); B'_z = \gamma(B_z - \beta E_y); \quad (136)$$

$$E'_x = E_x; E'_y = \gamma(E_y - \beta B_z); E'_z = \gamma(E_z + \beta B_y). \quad (137)$$

Плотность зарядка вдоль оси буста (ось x) равна нулю, а скорости частиц после преобразования Лоренца становятся

$$v'_x/c = \mp \frac{1}{(2\lambda \pm 1)\beta} \approx \mp \frac{1}{2\lambda\beta}. \quad (138)$$

Если мы рассмотрим более общую форму полей в лабораторной системе

$$B_\varphi = E_\theta = -\frac{B_L R_L}{cr} \sin^m \theta f(r - ct), \quad (139)$$

с $f \equiv -\tanh$, поправки первого порядка в сопутствующей вдоль определенного θ системе равны

$$B_y = \frac{B_L R_L \sin^m \theta}{ct\beta^2\gamma^2} \tanh\left(\frac{x}{\gamma\Delta}\right); \quad (140)$$

$$E_x = \frac{z B_L R_L \sin^m \theta}{c^2 t^2 \beta^2 \gamma^2} \tanh\left(\frac{x}{\gamma\Delta}\right). \quad (141)$$

Соосный слой отличается от ортогонального только формой токового слоя. Для слоя, расположенного в экваториальной плоскости, после аналогичных вычислений мы получаем две лидирующие компоненты электромагнитного поля ($\theta = \pi/2$):

$$B_y = \frac{B_L R_L}{\gamma^2 \beta^2} \frac{1}{ct} f\left(\frac{z}{\beta ct}\right), \quad (142)$$

$$E_x = \frac{B_L R_L}{\gamma^2 \beta^2} \frac{z}{c^2 t^2} f\left(\frac{z}{\beta ct}\right). \quad (143)$$

2.4 Движение частиц в токовом слое

В этой секции мы описываем движение частиц внутри токового слоя и определяем его временную эволюцию. Одна из первых работ в этой области была сделана [Coroniti 1990]

и была потом продолжена работой [Michel 1994]. Однако, в обоих этих работах решение не было самосогласованным: после того, как концентрация бралась спадающей по закону $n \propto r^{-2}$, толщина токового слоя начинала увеличиваться как $\Delta \propto r$, приводя к нарушению закона сохранения числа частиц ($r^2 n \Delta \propto r \neq \text{const}$).

2.4.1 Квазиadiaбатический инвариант

Мы работаем в предположении о том, что слой тонкий. Это означает, что размер орбиты частиц внутри слоя намного больше характерного масштаба изменения магнитного поля. Это позволяет нам использовать формализм квазиadiaбатического инварианта, описанный в [Zelenyi et al. 2013].

Согласно этом формализму, величина

$$I_z = \int p_z dz \quad (144)$$

остаётся практически постоянной (здесь ось z ориентирована перпендикулярно слою).

Мы ищем решение в виде:

$$B_y = B_0 \frac{t_0}{t} \frac{x}{L}, \quad E_z = B_0 (1 + \alpha) \frac{z}{ct} \frac{t_0}{t} \frac{x}{L} \ll B_y \quad (145)$$

для ортогонального случая и

$$B_y = B_0 \frac{t_0}{t} \frac{z}{L}, \quad E_z = (1 + \alpha) B_0 \frac{z}{ct} \frac{t_0}{t} \frac{z}{L} \ll B_y \quad (146)$$

для соосного. Здесь B_0 – это магнитное поле в момент времени t_0 (в нашем подходе $t_0 = r_F/c$ определяется положением быстрой магнитозвуковой поверхности), L – толщина токового слоя (которая кладётся в форме $L = L_0(t/t_0)^\alpha$), α – положительное число. Целью является найти α и таким образом определить эволюцию токового слоя.

Теперь, релятивистский гамильтониан (для малых E) равен

$$\mathcal{H}^2/c^2 = m^2 c^2 + \left(P_x - \frac{e}{c} A_x \right)^2 + P_y^2 + \left(P_z - \frac{e}{c} A_z \right)^2, \quad (147)$$

где

$$A_x = 0, \quad A_z = -\frac{B_0 L t_0}{2} \left(\frac{x}{L} \right)^2 \quad (148)$$

для ортогонального случая и

$$A_x = \frac{B_0 L t_0}{2} \frac{t_0}{t} \left(\frac{z}{L} \right)^2, \quad A_z = 0 \quad (149)$$

для соосного.

Квазиadiaбатический инвариант должен быть вычислен следующим образом: сначала предполагается, что все величины от времени не зависят (например, $\mathcal{H} = \text{const}$), после этого считается инвариант, используя уравнение (144), а потом всем функциям разрешается зависеть от времени. Таким образом получается комбинация зависящих от времени величин, которая остается практически постоянной. В нашем случае, если $\partial_t B_y = 0$, электрическое поле равно нулю и уравнения и для ортогонального, и для соосного случая выглядят практически одинаково (разница лишь в положении токового слоя). Поэтому можно рассмотреть лишь один случай (например, соосный), при этом результаты будут верны для обоих случаев.

Теперь рассмотрим соосный ротатор. Магнитное поле равно

$$B_y = B_{\text{out}}(t)z/L(t), \quad (150)$$

где $B_{\text{out}} = B_0 t_0/t$.

Гамильтониан не зависит от x и y

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial y} = 0 \Rightarrow P_y = \text{const}, \quad P_x = \text{const}. \quad (151)$$

Квазиadiaбатический инвариант

$$I_z = \int_{z_-}^{z_+} \sqrt{\frac{\mathcal{H}^2}{c^2} - m^2 c^2 - P_y^2 - \left(P_x - \frac{e}{c} A_x \right)^2} dz, \quad (152)$$

где z_- и z_+ – точки поворота ($P_z(z_{\pm}) = 0$) с разных сторон токового слоя.

Полагая все зависящие от времени величины постоянными,

$$I_z = p \int_{z_-}^{z_+} \sqrt{1 - \left[\frac{P_x}{p} - \frac{e}{c} \frac{B_{\text{out}} L}{2p} \left(\frac{z}{L} \right)^2 \right]^2} dz, \quad (153)$$

где $p = \sqrt{\mathcal{H}^2/c^2 - m^2c^2 - P_y^2}$. Наконец,

$$I_z \propto (p^3 L/B_{\text{out}})^{1/2} \psi(P_x/p), \quad (154)$$

где

$$\begin{aligned} \psi(s) &= \int_{-\sqrt{s+1}}^{\sqrt{s+1}} \sqrt{1 - (s - \xi^2)^2} d\xi = \\ &= \frac{4}{3} \sqrt{1-s} \left[sE\left(\frac{s+1}{s-1}\right) + K\left(\frac{s+1}{s-1}\right) \right], \end{aligned} \quad (155)$$

где $K(m)$ и $E(m)$ – полные эллиптические интегралы первого и второго рода. Как можно увидеть из рисунка 5, функция $\psi(s)$ практически постоянна для всех значений s , кроме s близких к -1 . Рисунок 6 показывает три типа орбит для частиц в токовом слое. Частицы с $s \gtrsim 0$ создают большую часть тока, а для них $\psi(s) \approx \text{const}$.

В более реалистичном случае, когда $B_y = B_0 \frac{t_0}{t} \tanh\left(\frac{z}{L(t)}\right)$ квазиadiaбатический инвариант

$$I_z = p \int_{z_-}^{z_+} \sqrt{1 - \left[\frac{P_x}{p} - \frac{eB_{\text{out}}L}{cp} \log\left(\cosh\left(\frac{z}{L(t)}\right)\right) \right]^2} dz, \quad (156)$$

где $P_x(z_-) = P_x(z_+) = 0$.

Его можно переписать в виде

$$I_z = pL\Psi(s, \alpha), \quad (157)$$

где $s = \frac{P_x}{p}$, $g = \frac{eB_{\text{out}}L}{2pc} = \frac{L}{R_L}$.

$$\Psi(s, g) = \int_{-\sqrt{s+1}}^{\sqrt{s+1}} \sqrt{1 - (s - \xi^2)^2} \frac{|\xi|}{g\sqrt{1 - \exp(-\xi^2/g)}} d\xi, \quad (158)$$

где при $g^2 \gg s + 1$ эта функция примерно равна

$$\Psi(s, \alpha) \approx \frac{1}{\sqrt{g}} \psi(s) \quad (159)$$

и

$$I_z = I_z^{\text{int}} = (p^3 L/B_{\text{out}})^{1/2} \psi(P_x/p). \quad (160)$$

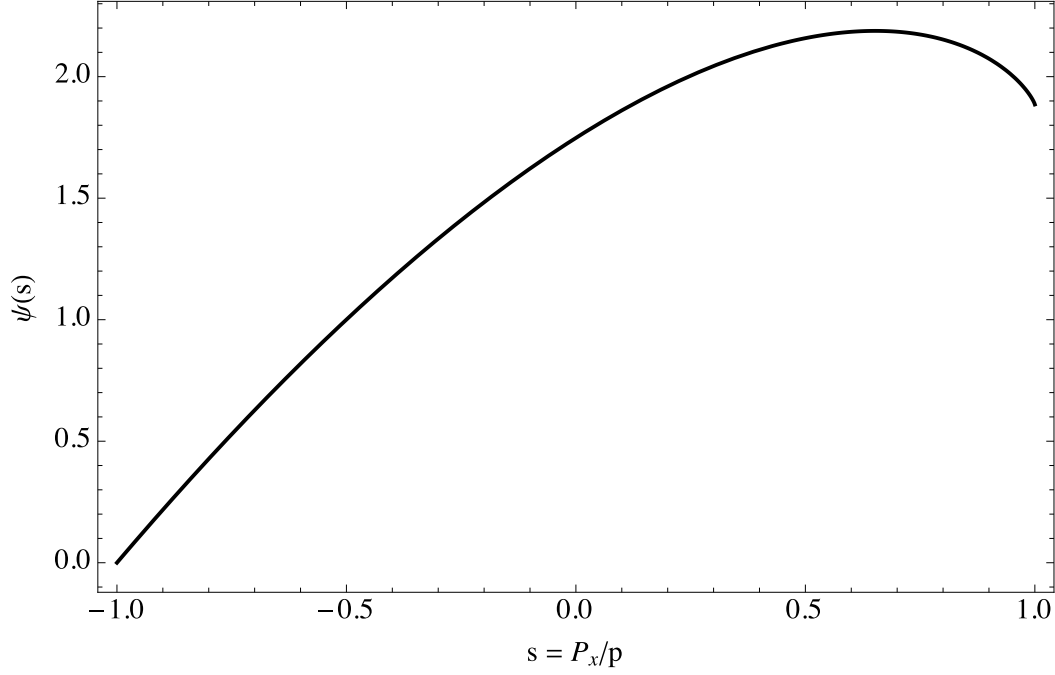


Рис. 5: Поведение функции $\psi(s)$. Эта функция практически постоянна при $s \gtrsim 0$.

Когда $g^2 \ll s + 1$

$$\Psi(s, \alpha) \approx \frac{1}{g} \int_0^{s+1} \sqrt{1 - (s - y)^2} dy = \frac{1}{4g} (\pi + 2s\sqrt{1 - s^2} + 2 \arcsin(s)) \quad (161)$$

и

$$I_z = I_z^{\text{ext}} = \frac{p^2}{B} \quad (162)$$

Здесь I_x^{ext} – обычный адиабатический инвариант снаружи токового слоя.

Полученные результаты верны и для ортогонального, и для соосного случаев.

2.4.2 Самосогласованное решение

В этой секции мы получаем самосогласованное решение для эволюции токового слоя.

Квазиадиабатический инвариант берем равным:

$$I_z = (p^3 L / B_{\text{out}})^{1/2} \psi(s), \quad (163)$$

где $\psi(s) \approx \text{const}$.

Стабильный токовый слой удовлетворяет балансу давлений

$$np^2 \propto B_{\text{out}}^2 \propto 1/t^2. \quad (164)$$

Перпендикулярная к токовому слою компонента уравнения Максвелла приводит к

$$(\text{rot}B)_\perp = \frac{4\pi}{c}j_\perp \Leftrightarrow \frac{B_{\text{out}}}{L} \propto np. \quad (165)$$

Из (163), (164) и (165) можно получить

$$n \propto B_{\text{out}} \propto r^{-1}, \quad (166)$$

$$L \propto B_{\text{out}}^{-1/2} \propto r^{1/2}, \quad (167)$$

$$p \propto B_{\text{out}}^{1/2} \propto r^{-1/2}. \quad (168)$$

Заметьте, что эти результаты верны и для соосного, и для ортогонального слоев. Ларморовский радиус частиц $r_L \propto p/\omega_B \propto p/B_{\text{out}} \propto B_{\text{out}}^{-1/2} \propto L$, поэтому размер орбиты частиц меняется точно таким же образом, как и толщина слоя.

Единственная вещь, в которой соосный и ортогональный слои различаются – это полное число частиц в слое

$$N_{\text{tot}}^{\text{align}} \propto nLpr \propto \text{const}, \quad (169)$$

$$N_{\text{tot}}^{\text{orth.}} \propto nLr^2 \propto r^{3/2}. \quad (170)$$

Подводя итог, мы получили самосогласованное аналитическое решение для ортогонального и соосного слоев. Концентрация, импульс частиц и толщина слоя зависят от расстояния одинаковым образом для обоих слоев. Но полное число частиц в соосном слое должно быть постоянным, когда как в ортогональном слое частицы постоянно захватываются слоем.

3 Обсуждение и заключение

Работа состоит из двух независимых, но очень близких по тематике частей. Первая часть посвящена торможению первичного пучка в пульсарном ветре [Arzamasskiy et al. 2015a],

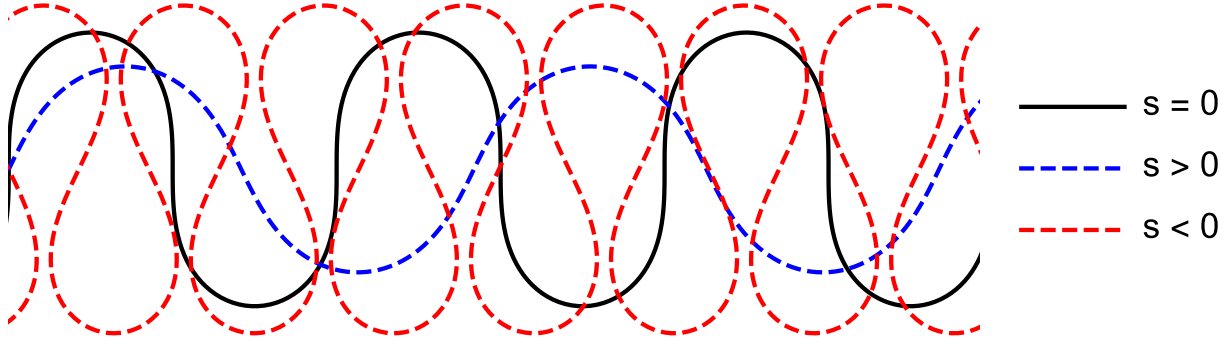


Рис. 6: Три типа орбит частиц в токовом слое. Большая часть тока сгенерирована частицам с $s \gtrsim 0$, тогда как частицы с $s \approx -1$ имеют малый эффект на ток.

а вторая – структуре пульсарного ветра и временной эволюции токового слоя в магнитосфере пульсара [Arzamasskiy et al. 2015b].

В первой части было продемонстрировано, что эффективное торможение первичного пучка имеет место только при малой энергии первичных частиц

$$\gamma_{\text{in}}^{\text{b}} < \lambda \sigma^{1/2}. \quad (171)$$

Так как λ и σ связаны соотношением [Beskin 2010]

$$\sigma \lambda \sim \left(\frac{W_{\text{tot}}}{W_{\text{A}}} \right)^{1/2}, \quad (172)$$

где W_{tot} – полные потери энергии пульсара, а $W_{\text{A}} = m_{\text{e}}^2 c^5 / e^2 \approx 10^{17}$ эрг/с, можно легко оценить полное число пульсаров, в которых происходит эффективное торможение пучка. Полагая $\gamma_{\text{in}}^{\text{b}} = 10^7$ и $\lambda = 10^4$, мы получаем, что из 2003 известных радиопулсаров с измеренными P и \dot{P} , только 65 источников имеют достаточно слабые начальные лоренц-факторы $\gamma_{\text{in}}^{\text{b}} < \lambda \sigma^{1/2}$.

Поэтому мы можем сделать вывод, что эффективное замедление пучка происходит только для достаточно энергичных пульсаров, удовлетворяющих условию $W_{\text{tot}} \gtrsim 10^{36}$ эрг/с (Краб, Вела). В этом случае в процессе его движения через магнитосферу, первичный пучок замедляется, ускоряя при этом вторичные частицы. Но такое дополнительное ускорение не очень эффективно, так как максимальный лоренц-фактор вторичной плазмы не превышает $\sigma^{1/2}$, что лишь на фактор $\sigma^{1/6}$ больше, чем энергия вторичной плазмы

вблизи быстрой магнитозвуковой поверхности. Для обычных пульсаров замедление пучка пренебрежимо мало.

Очень важно, что замедление/ускорение пучка имеет место на масштабах быстрой магнитозвуковой поверхности $r_F \sim \sigma^{1/3} R_L$, то есть на масштабах, намного больших светового цилиндра. Это показывает, что даже для быстрых молодых пульсаров энергетичные частицы пучка будут пересекать токовый слой, так как их скорость превышает скорость вторичной плазмы, которая определяет радиальную скорость токового слоя.

Что же касается самого токового слоя, нами были получены поля в сопутствующей системе отсчета. С помощью этих полей удалось построить простое, но самосогласованное решение для временной эволюции токового слоя. Решение имеет форму простого степенного закона $\Delta \propto r^{1/2}$, одинакового для ортогонального и соосного случаев.

4 Список литературы

1. Arons J., 1981, ApJ, 248, 1099
2. Arzamasskiy L., Beskin V.S., Prokofev V.V., 2015, arXiv:1505.03864, MNRAS accepted
3. Arzamasskiy L., Beskin V.S., Prokofev V.V., 2015, MNRAS submitted
4. Beskin V.S., 2010, *MHD Flows in Compact Astrophysical Objects*, Springer
5. Beskin V.S., Gurevich A.V., Istomin Ya.N., 1993, *Physics of the Pulsar Magnetosphere*, Cambridge University Press
6. Beskin V.S., Istomin Ya.N., Pared V.I., 1992, SvA, 36, 642
7. Beskin V.S., Kuznetsova I.V., Rafikov R.R., 1998, MNRAS, 299, 341
8. Beskin V.S., Rafikov R.R., 2000, MNRAS, 313, 433
9. Beskin V.S., Zakamska N.L., Sol H., 2004, MNRAS, 347, 587
10. Blandford R.D., 1976, MNRAS, 170, 551
11. Bogovalov S.V., 2001, A & A, 371, 1155
12. Bogovalov S.V., Khangoulyan D., 1971, ApJ, 164, 529
13. Bogovalov S.V., Tsiganos K., 1999, MNRAS, 305, 211
14. Contopoulos I., Kazanas D., Fendt C., 1999, ApJ, 511, 351
15. Coroniti F.V., 1990, ApJ, 349, 538C
16. Daugherty J.K., Harding A.K., 1982, 252, 337
17. Gruzinov A., 2006, Phys. Rev. Letters, 94, 1101
18. Gurevich A.V., Istomin Ya.N., JETPh, 89, 3

19. Ingraham R., 1973, ApJ, 186, 653
20. Istomin Ya.N., Sobyenin D.N., 2007, Astronomy Letters, 33, 660
21. Kalapotharakos C., Contopoulos I., Kazanas D., 2012, MNRAS, 420, 2793
22. Komissarov S.S., 2006, MNRAS, 367, 19
23. Lybarsky Yu.E., Kirk J., 2001, ApJ, 547, 437
24. Lyutikov M., 2011, arXiv:1104.1091
25. Manchester R.N., Taylor J.H., 1977, *Pulsars*, W.H. Freeman
26. Medin Z., Lai D., 2007, MNRAS, 382, 1833
27. Mestel L., 1973, Ap & SS, 24, 289
28. Michel F.C., 1973 ApJ, 180, 207
29. Michel F.C., 1994, ApJ, 431, 397
30. Okamoto I., 1974, MNRAS, 167, 457
31. Philippov A. A., Spitkovsky A., 2014, ApJ, 785, L33
32. Ruderman M.A., Sutherland P.G., 1975, ApJ, 196, 51
33. Smith F.G., 1977, *Pulsars*, Cambridge University Press
34. Spitkovsky A., 2006, ApJ, 648, L51
35. Sturrock P.A., 1971, ApJ, 164, 529
36. Tchekhovskoy A., McKinney J.C., Narayan R., 2009, ApJ, 699, 1789
37. Tchekhovsoy A., Spitkovsky A., Li J.G., 2013, MNRAS, 435, L1
38. Timokhin A.N., 2006, MNRAS, 368, 1055

39. Timokhin A.N., Arons J., 2013, MNRAS, 429, 20
40. Tomimatsu A., 1994, PASJ, 46, 123
41. Zelenyi L.M., Neishtadt A.I., Artemyev A.V., Vainchtein D.L., Malova H.V., 2013, Physics Uspekhi, 56, 347
42. Zheleznyakov V.V., 1997, *Electromagnetic waves in cosmic plasma. Generation and propagation.*, Nauka