

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования

“Московский физико-технический институт  
(государственный университет)”

Магистерская диссертация

"Определение эволюции угла наклона пульсара путем  
анализа статистики интеримпульсных пульсаров"

Студент 028 гр. Дерри С.Т.

Научный руководитель:  
д.ф.-м.н., профессор Догель В.А.

Москва, 2016 г.

## Введение

Спустя 50 лет после открытия пульсаров, проблема механизма потери энергии нейтронных звезд до сих пор остается нерешенной (Manchester & Taylor 1977; Lyne & Graham-Smith 1998; Beskin, Istomin & Phillipov 2013). Это оставляет вопрос о направлении эволюции угла наклона между магнитным моментом и осью вращения нейтронной звезды нерешенным.

В настоящее время существуют теоретические модели эволюции радиопульсаров, которые предсказывают как эволюцию угла наклона магнитного момента к оси вращения как в 90 градусов (Beskin, Гуревич, Истомин 1993; Lyne et al. 2013), образуя ортогональный ротатор; так и в 0 градусов (Davis & Goldstein 1970; Goldreich 1970; Phillipov, Tchekhovskoy & Li 2014), образуя соосный ротатор. Обе модели, при определенных условиях, объясняют расположение пульсаров на диаграмме период-производная периода. По этой причине до сих пор невозможно с уверенностью говорить о механизме торможения пульсара. Также причиной является невозможность установить направление эволюции угла путем наблюдений.

Существует много попыток решить данную проблему, включая статистический анализ (Rankin 1990; Tanris & Manchester 1998; Weltevrede & Jonston 2008; Young et. al. 2010; Gullion et. al.). В частности, попытки определения напрямую (через анализ распределение углов) и косвенно (через анализ наблюдаемой ширины импульсов) показали, что статистически угол наклона  $\chi$  убывает с возрастанием периода  $P$  и динамического возраста  $\tau_D = P/\dot{P}$ . На первый взгляд, полученные результаты говорят в пользу эволюции к соосному ротатору. Однако, недавно полученные результаты (Lyne et.al. 2013) анализа более чем 45 лет наблюдений пульсара в крабовидной туманности, обнаружили эволюцию пульсара в ортогональный ротатор. Более того, как было продемонстрировано много лет назад (Beskin, Гуревич, Истомин 1993), среднее значение угла наклона  $\langle \chi \rangle_{\tau_D}$ , определенное для популяции наблюдаемых пульсаров, может снизиться, несмотря на то, что у отдельных пульсаров он может увеличиваться.

Как будет показано ниже, для заданных значений периода  $P$  и магнитного поля  $B_0$ , создание вторичных пар частиц над магнитным полюсом подавляется на углах  $\chi$ , близких к  $\pi/2$ , когда магнитный диполь практически ортогонален к оси вращения. Это происходит из-за уменьшения плотности Гольдрайховского тока (англ. Goldreich-Julian charge density), равной  $\rho_{GJ} = \Omega B \cos \chi / 2\pi c$  при больших углах. Это, в свою очередь, ведет к уменьшению электрического потенциала на поверхности нейтронной звезды и подавлению создания вторичных пар частиц. Из-за соотношения линии смерти пульсара и угла  $\chi$ , среднее значение угла наклона наблюдаемой популяции пульсаров уменьшается, с увеличением динамического возраста. Более детальный

анализ произведен в работе Бескина, Гуревича и Истомина (1984), (см также Beskin&Eliseeva 2005), который основан на кинетическом уравнении, описывающим распределение пульсаров, в подтверждение этой модели.

Следуя из этого, мы можем заключить, что в данный момент не существует определенного взгляда на эволюцию угла наклона  $\chi$  нейтронных звезд. Следует подчеркнуть, что угол наклона (и направление его эволюции) играют ключевую роль в эволюции нейтронных звезд, без которой невозможно построить теорию эволюции радиопульсаров.

В этой работе мы покажем, что статистика интеримпульсных пульсаров может дать нам ключ к решению проблемы эволюции пульсаров как в сторону соосности, так и в сторону ортогональности, так как количество интеримпульсных пульсаров (с углами  $\chi \sim 0^\circ$  и с углами  $\chi \sim 90^\circ$ ) в основном зависит от эволюции угла наклона.

Мы проанализировали статистическое распределение, используя как кинетическое уравнение, так и Монте-Карло симуляции (далее МК симуляции). Для сравнения результатов, полученных этими методами и наблюдательными данными, мы учли функции видимости, как геометрические (пульсар невидим, если мы находимся вне конуса излучения), так и радиовидимость (далекие и слабые пульсары не видны).

## **НАБЛЮДЕНИЯ.**

В начале, стоит упомянуть основные свойства статистических распределений интеримпульсных пульсаров. В дальнейшем это поможет нам определить функцию видимости  $V^{VIS}(p, \chi)$  вкуче с функцией рождения пульсаров  $Q(P, \chi)$ .

Начнем с рассмотрения и анализа основного свойства пульсара – периода  $P$  (см рис.1, слева). На рисунке изображено распределение пульсаров, включая миллисекундные (которые мы не рассматриваем), и обычные пульсары с периодом  $P \sim 1$ сек. На первый взгляд распределение выглядит логарифмическим, как это было предположено в работе Попова и Прохорова (2007), а также в работе Gillion et.al (2014). Однако на втором рисунке (рис.1, справа) четко прослеживается степенной хвост для малых периодов, который исчезает с возрастанием периода. Это свойство мы используем в дальнейшем.

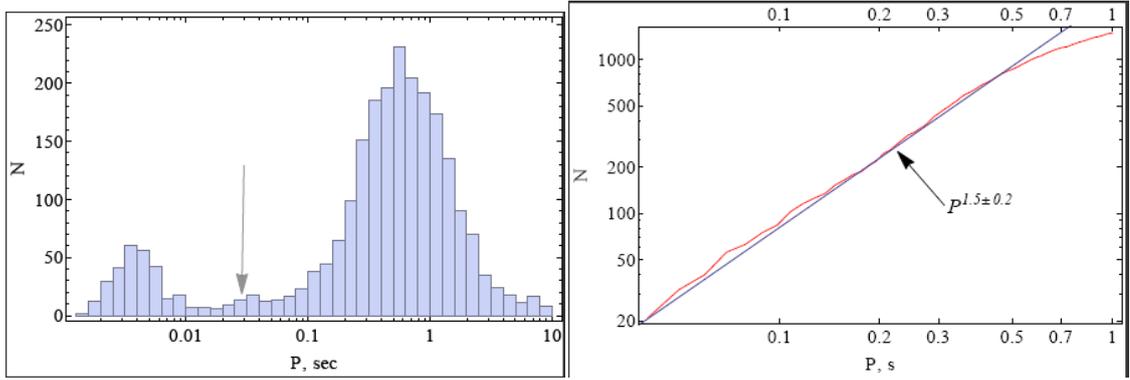


Рис.1. Распределение пульсаров. Слева показано распределение пульсаров в общем виде). Справа показано Log-Log  $P$  распределение пульсаров.

Стоит также отметить, что мы не будем рассматривать эволюцию магнитного поля  $B$ , рассмотренного в работах Popov et.al (2000) и Pons&Gebbert (2007), так как интеримпульсные пульсары имеют малый период  $P \sim 0.1-0.5$ сек

Стоит обратить внимание на распределение пульсаров в пространстве, на расстоянии  $d$ . На втором рисунке (рис. 2, слева) мы привели основную популяцию пульсаров (верхняя линия) и самых ярких с радиосветимостью  $L_{rad} > 400 \text{ mJy kpc}^2$  (нижняя линия). Как видно из рисунка, самые яркие источники имеют однородное распределение:

$$N^{obs}(d) \propto d^{1.4 \pm 0.2} \quad (1)$$

по всей галактике. С другой стороны обычные пульсары имеют распределение:

$$N^{obs}(d) \propto d^{1.4 \pm 0.1} \quad (2)$$

Эта разница может быть легко объяснена, если мы будем учитывать чувствительность приемника (телескопа)  $S$ , из чего следует, что мы не можем наблюдать далекие пульсары, со светимостью  $L_{rad} < 4\pi S d^2$ . Если посмотреть на четвертый рисунок, то можно определить, что видимое распределение радиопульсаров со светимостью  $L_{rad} < 400 \text{ mJy kpc}^2$  определяется степенной зависимостью:

$$N^{obs}(L_{rad}) \propto L_{rad}^{-1.3 \pm 0.2} \quad (3)$$

Из чего следует теоретическое предположение:

$$N_{th}^{obs}(d) = \int_0^d l dl \int_{4\pi S l^2} N^{obs}(d, L_{rad}) dL_{rad} \propto d^{1.4 \pm 0.2} \quad (4)$$

Что совпадает с наблюдаемым распределением (1).

Из этого мы можем заключить, что видимое пространственное распределение радиопульсаров не противоречит с их однородным распределением в галактическом диске (рис 2, справа). С другой стороны, функция видимости  $V_{vis}^{rad}$

$$V_{vis}^{rad}(L_{rad}) = A L_{rad}(P, \chi) \quad (5)$$

Где  $A$  – нормированная константа, которая должна быть использована в анализе наблюдаемого распределения пульсаров. В дальнейшем, мы будем использовать  $V_{rad}^{vis} = P^{-1}$  (Pons et.al.)

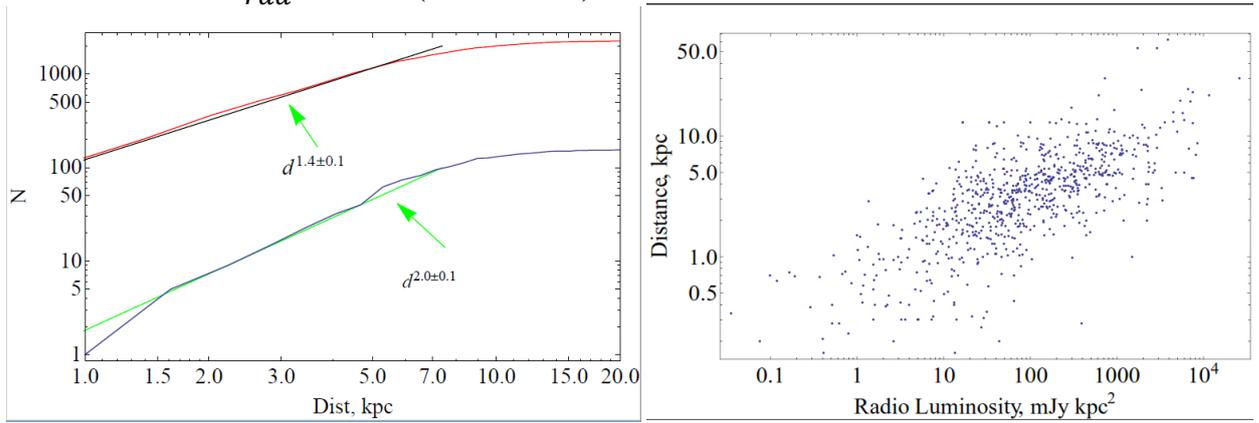


Рис.2. Распределение пульсаров по их светимости. Слева показаны ярчайшие пульсары (радиосветимость превышает 400 мДж, синяя линия), и обычных пульсаров (зеленая). Справа показан график зависимости радиосветимости от расстояния.

Также мы будем учитывать линию смерти, которая зависит от угла наклона (подробно рассмотрено в работе Beskin, Istomin&Phillipov 2013). Как уже было упомянуто в введении, для заданных значений периода  $P$  и магнитного поля  $B_0$ , создание вторичных пар частиц подавляется на углах  $\chi$ , близких к  $\pi/2$ , где магнитный диполь практически ортогонален. Как будет показано ниже, линия смерти должна учитываться для ортогональных интеримпульсных пульсаров.

В конце рассмотрим распределение радиопульсаров по углам наклона  $\chi$ . К сожалению, на сегодняшний момент, определение угла  $\chi$  путем анализа колебаний позиционного угла линейной поляризации (Tauris & Manchester 1998; Maciesiak, Gil & Ribero 2011; Malov & Nikitina 2013) имеет много неточностей, поэтому в разных работах приводятся разные значения. Однако, количество пульсаров с углом наклона, определенным с хорошей точностью мало (порядка 200-300). Это, к сожалению, не дает нам возможности статистического анализа.

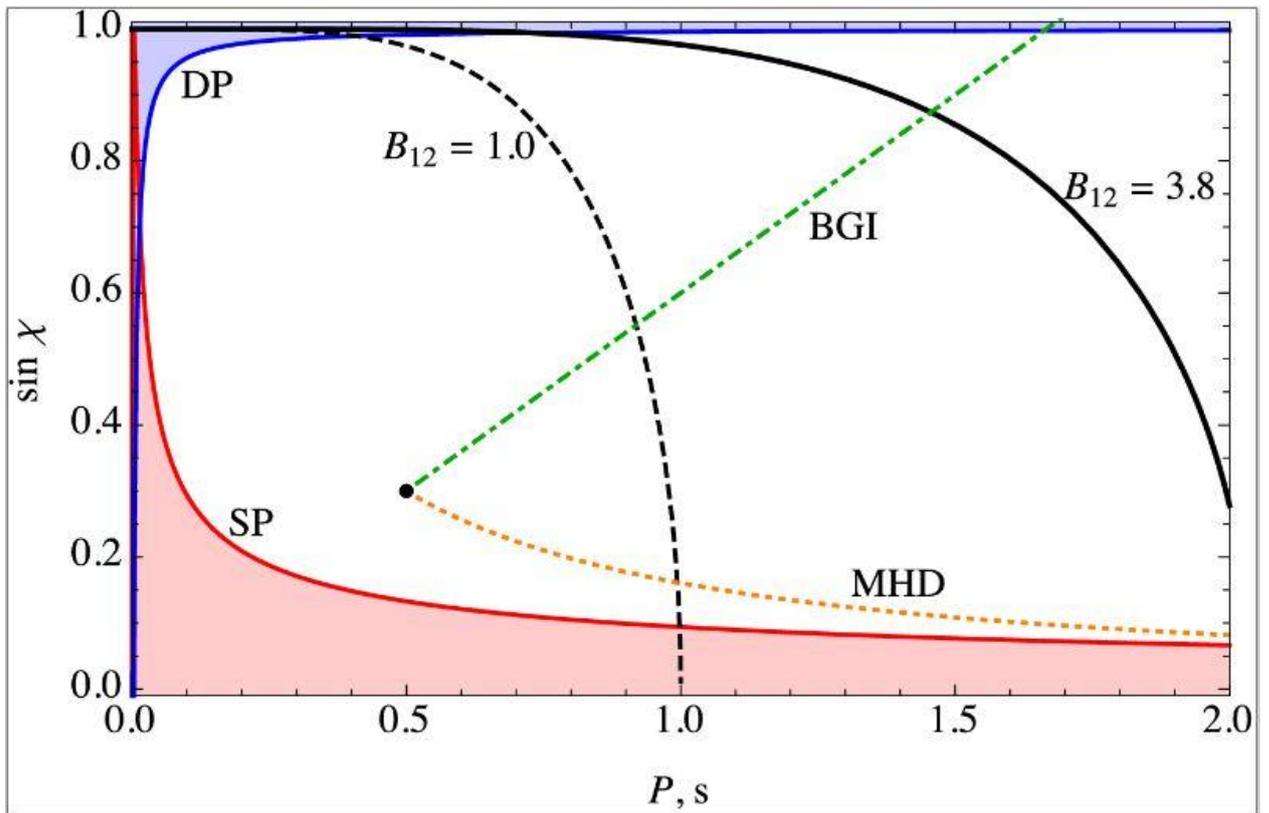


Рис.3. Линия смерти пульсаров на диаграмме  $P$ - $\sin \chi$ . Пунктирами показаны направления эволюции пульсаров (зеленая для БГИ модели, оранжевая для МГД).

В этой работе мы использовали другой подход, предложенный в работах Rankin (1990) и Maciesiak, Gil & Melikidze (2011), который дает нам возможность определить угол наклона для каждого пульсара в отдельности, путем использования наблюдаемой ширины профиля  $W_{obs}^r$ . Принимая  $W_0$  за истинную ширину диаграммы направленности, мы получаем наблюдаемую ширину для  $\chi > W_0$  за:

$$W_r^{obs} = \frac{W_0}{\sin \chi} \quad (6)$$

В работах Rankin (1990) и Maciesiak, Gil & Melikidze (2011), значение  $W_0 = 2.5^\circ / \sqrt{P}$ , что равно 0.044 в радианах:

$$W_0 = \frac{0.044}{\sqrt{P}} \quad (7)$$

Здесь период взят за  $P^{1/2}$  (период в секундах), значение которого соответствует зависимости периода от открытых линий магнитного поля, которые определяют ширину диаграммы. Как результат, уравнения (6)-(7) позволяют нам выявить распределение радиопулсаров по углам  $\chi$  с более обширной статистикой.

Как показано на четвертом рисунке (рис 4), наблюдаемое распределение по ширине окна  $N^{obs}(W_r^{obs} > W_r)$  для  $W_r^{obs} < 100^\circ$  имеет степенное распределение вида:

$$N^{obs}(W_r) \propto (W_r^{obs})^{-3.0 \pm 0.2} \quad (8)$$

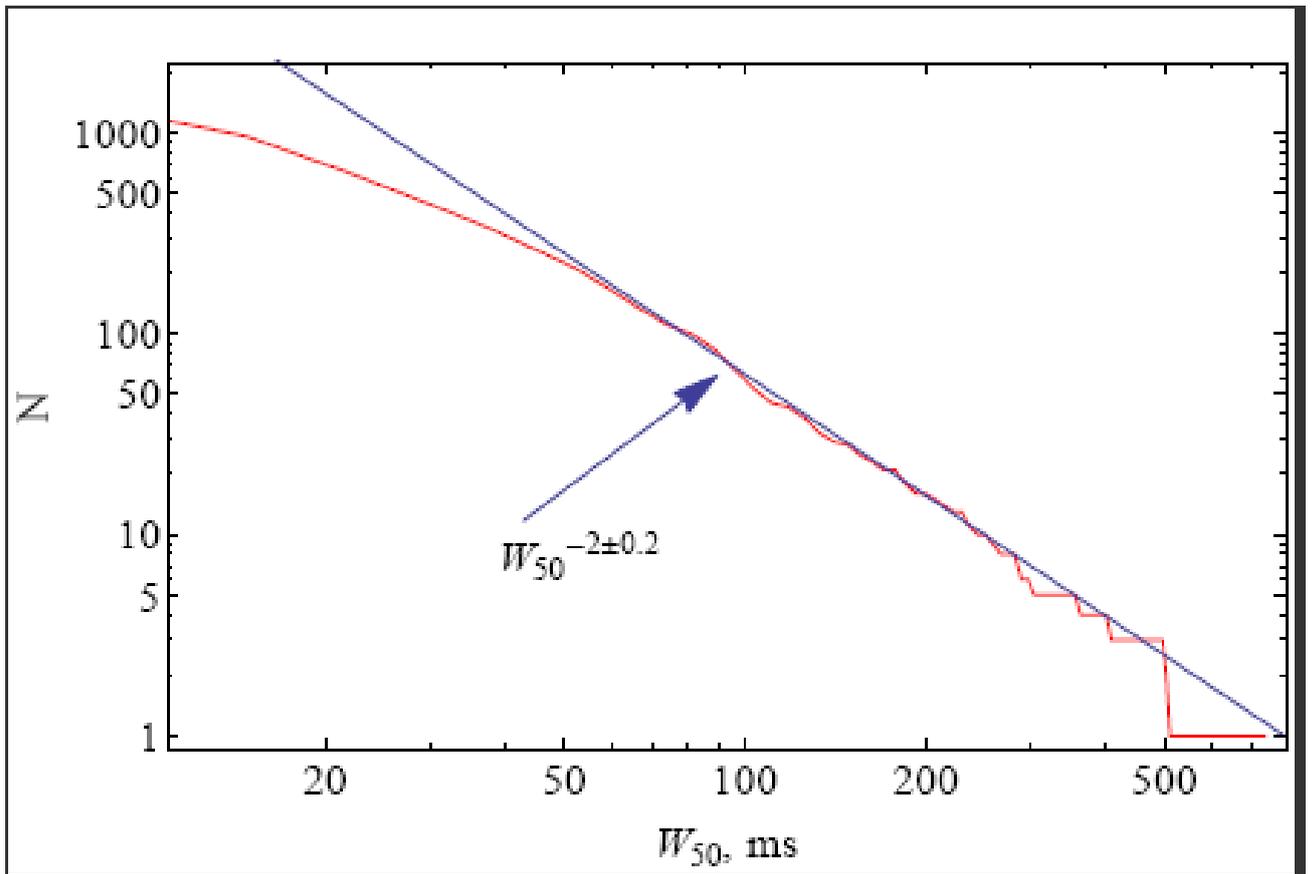


Рис.4. Наблюдаемая распределение по ширине окна  $N^{obs}(W_r^{obs}) > W_r$ , определенная путем статистического анализа средней ширины профиля.

С другой стороны, для угла  $\chi > W_0$ , функция видимости  $V_{diag}^{vis}$  (с учетом того, что наблюдатель находится на линии видимости) может быть записана как  $V_{diag}^{vis} = \pi \sin \chi W_r^{obs}$ . Так как

$$N^{obs}(\chi) = V_{diag}^{vis}(P, \chi) N(W_r^{obs}) \frac{dW_r^{obs}}{d\chi} \quad (9)$$

То мы можем сделать вывод, что наблюдаемое угловое распределение  $N_{obs}(\chi)$  на малых углах должно быть пропорционально  $\chi$

$$N^{obs}(\chi) \propto \chi \quad (10)$$

Что хорошо совпадает с наблюдениями (Tauris & Manchester 1998; Maciesiak, Gil & Melikidze 2011). Соответственно, истинная функция распределения  $N(\chi)$  должна быть равна константе

$$N(\chi) \approx const \quad (11)$$

Следовательно, мы можем сделать вывод, что при анализе наблюдаемого распределения радиопульсаров, необходимо также рассматривать диаграммную функцию видимости  $V_{diag}^{vis}$ , которая в общем виде может быть записана как

$$V_{diag}^{vis} = \begin{cases} \pi \sin \chi W_0, & \chi > W_0 \\ \pi W_0^2, & \chi < W_0 \end{cases} \quad (12)$$

Следует заметить интересный факт, что  $W_r > 100^\circ$  относится к условию  $\chi < W_0$ , следовательно следует использовать нижнюю часть условия (12)

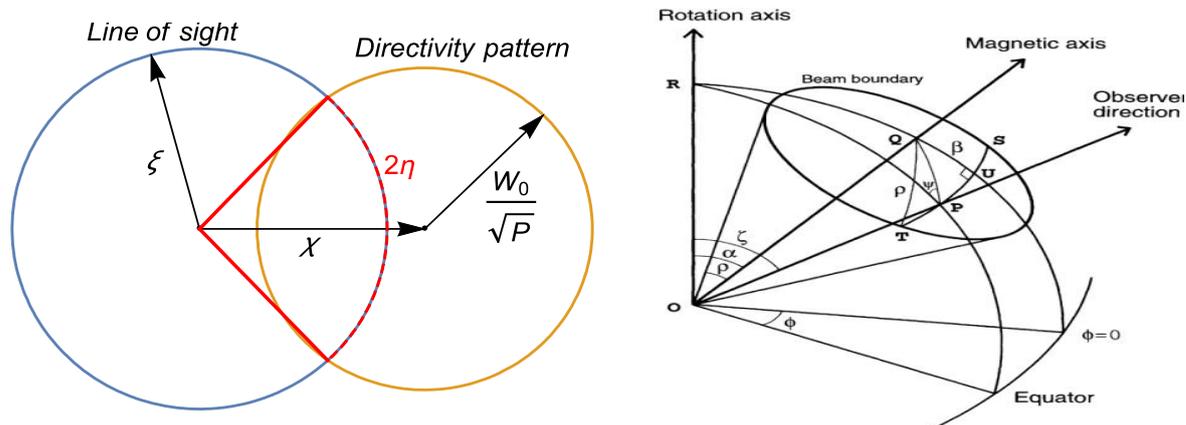


Рис.5. На диаграмме изображено пересечение диаграммы направленности (оранжевый круг) с углом обзора (синий круг).

## Интеримпульсные пульсары

Как было сказано выше, интеримпульсные пульсары выбраны по причине того, что у них довольно легко определить угол наклона  $\chi$ . Хорошо известно (Manchester & Taylor 1977; Lyne & Graham-Smith 1998), что интеримпульс возникает либо когда мы наблюдаем сигнал с обоих полюсов (такой пульсар называется двухполюсным – DP или ортогональным), либо с одного и того же полюса (такой пульсар называется однополюсным - SP или соосным). В последнем случае, оба наблюдаемых пика относятся к одному и тому же полюсу, пересекающему диаграммы направленности дважды за один период. В случае однополюсных интеримпульсных пульсаров, угол наклона близок к 0 градусам и расстояние между интеримпульсами сильно зависит от частоты. В случае с двухполюсным интеримпульсным пульсаром угол наклона близок к 90 градусам и расстояние между интеримпульсами не зависит от частоты, на которой производятся наблюдения.

Следует отметить, что в некоторых случаях сложно определить принадлежность интеримпульсного пульсара к какой либо категории. Как уже было отмечено, процедура определения угла наклона из характеристик линейной поляризации профиля пульсара довольно неточна. В случае однополюсных пульсаров, профиль сильно зависит от частоты; также угол между основным импульсом и интеримпульсом не равен  $180^\circ$ , в то время как угловое расстояние между основным импульсом и интеримпульсом для ортогональных пульсаров равен  $180^\circ$ .

## СТАТИСТИКА ИНТЕРИМПУЛЬСНЫХ ПУЛЬСАРОВ.

В настоящий момент существует несколько каталогов интеримпульсных пульсаров. Наиболее полные каталоги представлены группой Гила (Maciesiak, Gil & Ribero (2011) и Маловым (Malov & Nikitina 2013). В каталогах есть некоторые расхождения в интерпретации, являющиеся

следствием разных подходов в вычислении углов наклона. По этой причине мы провели детальный анализ перечисленных пульсаров, основанный на анализе расстояния между интеримпульсами и анализе средних профилей. Как показано в таблице 1, наш анализ в большей степени согласуется с каталогом группы Гила. В таблице мы перечислили интеримпульсные пульсары с их основными характеристиками, такими как: название, период, производная периода по времени и др. Также предоставлено угловое расстояние между интеримпульсом и основным импульсом; тип пульсара, определенный той или иной группой и, в последнем столбце наш взгляд на тип данного пульсара. Знаки вопроса в последнем столбце (??) обозначают, что мы не можем с большой уверенностью говорить о типе пульсара. Одно из отличительных свойств интеримпульсных пульсаров – их малый период  $P$  на фоне основной популяции пульсаров, представленных на первом рисунке (рис 1). Аналогично, их динамический возраст  $\tau_D = P/2\dot{P}$  на порядок меньше, чем у большинства радиопулсаров ( $\sim 1-10$  млн лет).

Название	P	Прозв. периода	IP-MP отн.	Разделение	Гил/Малов	Мы		
	J [сек]		$10^{-15}$	Градусы				
0534	+	2200	0.033	423	0.6	145	-/-	DP
0627	+	0706	0.476	29.9	0.2	180	DP/DP	DP
0826	+	2637	0.53	1.7	0.005	180	DP/-	DP
0828	-	3417	1.85	1.0	0.1	180	SP/-	SP
0831	-	4406	0.312	1.3	0.05	234	SP/SP	??
0834	-	4159	0.121	4.4	0.25	171	DP/SP	DP
0842	-	4851	0.644	9.5	0.14	180	DP/DP	DP
0905	-	5127	0.346	24.9	0.059	175	DP/-	??
0908	-	4913	0.107	15.2	0.24	176	DP/DP	DP
0953	+	0755	0.253	0.2	0.012	210	SP/SP	SP?
1057	-	5226	0.197	5.8	0.5	205	DP/SP	DP
1107	-	5907	0.253	0.09	0.2	191	SP/DP	??
1126	-	6054	0.203	0.03	0.1	174	DP/DP	??
1244	-	6531	1.547	7.2	0.3	145	DP/SP	??
1302	-	6350	0.047	2.28	0.75	145	SP/-	??
1413	-	6307	0.395	7.434	0.04	170	DP/DP	DP
1424	-	6438	1.024	0.24	0.12	223	SP/SP	??
1549	-	4848	0.288	14.1	0.03	180	DP/DP	DP
1611	-	5209	0.182	5.2	0.1	177	DP/-	??
1613	-	5234	0.655	6.6	0.28	175	DP/-	??
1627	-	4706	0.141	1.7	0.13	171	DP/SP	??
1637	-	4553	0.119	3.2	0.1	173	DP/DP	??
1637	-	4450	0.253	0.58	0.26	256	SP/SP	SP
1705	-	1906	0.299	4.1	0.15	180	DP/DP	DP
1713	-	3844	1.600	177.4	0.25	181	DP/-	DP
1722	-	3712	0.236	10.9	0.15	180	DP/DP	DP
1737	-	3555	0.398	6.12	0.04	180	DP/SP	DP
1739	-	2903	0.323	7.9	0.4	180	DP/DP	DP
1806	-	1920	0.880	0.017	1.0	136	SP/SP	SP
1808	-	1726	0.241	0.012	0.5	223	SP/SP	SP
1825	-	0935	0.769	52.3	0.05	185	-/SP	??
1828	-	1101	0.072	14.8	0.3	180	DP/-	DP
1842	+	0358	0.233	0.81	0.23	175	DP/-	DP
1843	-	0702	0.192	2.1	0.44	180	DP/-	DP
1849	+	0409	0.761	21.6	0.5	181	DP/-	DP
1851	+	0418	0.285	1.1	0.2	200	SP/SP	SP
1852	-	0118	0.452	1.8	0.4	144	SP/SP	??
1903	+	0925	0.357	36.9	0.19	240	SP/SP	SP
1913	+	0832	0.134	4.6	0.6	180	DP/-	DP
1915	+	1410	0.297	0.05	0.21	186	DP/-	??
1932	+	1059	0.227	1.2	0.018	170	DP/SP	??
1946	+	1805	0.441	0.02	0.005	175	SP/SP	??
2032	+	4127	0.143	20.1	0.18	195	DP/SP	??
2047	+	5029	0.446	4.2	0.6	175	DP/-	DP

Таблица 1. Сравнение каталогов интеримпульсных пульсаров

В следующей таблице мы привели количественный анализ пульсаров в зависимости от того, уверены мы в их типе или нет. Как видно, большое количество пульсаров имеют малый период (0.1 – 0.4 сек). И это распределение пульсаров будет играть ключевую роль в дальнейшем.

	0.1-0.4сек	0.4-0.7сек	0.7-1 сек	>1 сек
Соосные (без учета ??)	5	-	1	1
Соосные (с учетом ??)	15	2	2	2
Ортогональные (без учета ??)	12	4	1	1
Ортогональные (с учетом??)	22	6	2	2

Таблица 2. Количество интеримпульсных пульсаров в бинах, распределенных по периодам

## МЕХАНИЗМЫ ЭВОЛЮЦИИ И ТОКОВЫЕ ПОТЕРИ.

Как я уже отметил, один из способов определить механизм торможения нейтронной звезды – определение направления эволюции угла наклона. В этой работе мы изучили 2 магнитосферные теории, которые предоставляют простое аналитическое выражение для времени эволюции периода  $P$  и угла наклона  $\chi$ . Первая модель – численная модель магнитосферы (МГД) (Spitkovsky 2006; Phillipov, Tchekhovskoy & Li 2014), предсказывающая эволюцию пульсара в соосный ротатор. Вторая модель, квази-аналитическая, разработанная Бескиным, Гуревичем и Истоминым (1984, 1993), предсказывающая эволюцию пульсара в ортогональный ротатор. В обеих моделях мы пренебрегли эволюцией магнитного поля, как было сказано ранее, так как большинство рассматриваемых нами пульсаров имеют малый динамический возраст.

Учитывая, что торможение вращения нейтронной звезды возникает как результат взаимодействия крутящего момента  $\mathbf{K}$  и силы Ампера поверхностных токов, циркулирующих в магнитосфере пульсара (Бескин, Гуревич и Истомин, 1984). Общий вид этого отношения (время эволюции, угловой скорости  $\Omega$  и угла наклона  $\chi$ ) имеет следующий вид (Бескин, Гуревич и Истомин 1993; Phillipov, Tchekhovskoy & Li 2014)

$$I_r \dot{\Omega} = K_{\parallel} \cos \chi + K_{\perp} \sin \chi \quad (13)$$

$$I_r \Omega \dot{\chi} = K_{\perp} \cos \chi - K_{\parallel} \sin \chi \quad (14)$$

Где  $I_r \sim MR^2$  является моментом инерции нейтронной звезды. В данном случае два компонента крутящего момента  $\mathbf{K}$  (параллельный и перпендикулярный) к магнитному диполю  $\mathbf{m}$ , могут быть записаны как (Бескин, Гуревич и Истомин 1993):

$$K_{\parallel} = -c_{\parallel} \frac{B_0^2 \Omega^3 R^6}{c^3} i_s \quad (15)$$

$$K_{\perp} = -c_{\perp} \frac{B_0^2 \Omega^3 R^6}{c^3} \left( \frac{\Omega R}{c} \right) i_a \quad (16)$$

Здесь  $B_0$  является магнитным полем нейтронной звезды на полюсах,  $R$  – радиус нейтронной звезды.

Как мы видим, эволюция пульсара может быть полностью описана как безразмерный ток  $i \approx j/j_{GJ}$ , протекающий в магнитосфере пульсара, которая разделена на симметричный и антисимметричный потоки  $i_s$  и  $i_a$ , совпадающие с направлением тока в северной и южной частях полярной шапки (или наоборот) пульсара. Здесь мы применяем нормировку

Голдрайховской плотности заряда  $j_{GJ} = |\mathbf{\Omega B}|/2\pi$  со скалярным произведением. Стоит также учесть, что для  $i_a \approx i_s \approx I$  уравнения (15) и (16) подразумевают, что

$$K_{\perp}^A \approx \left(\frac{\Omega R}{c}\right) K_{\parallel}^A \quad (17)$$

Следовательно,  $K_{\perp}^A \ll K_{\parallel}^A$

Если предположить что продольный ток  $j$  на самом деле задается локальной плотностью заряда  $\rho_{GJ} = -\mathbf{\Omega B}/2\pi c$ , с условием, что близость полярной шапки  $\rho_{GJ}$  пропорциональна  $\cos \chi$ , тогда мы сможем записать

$$i_s = i_s^A \cos \chi \quad (18)$$

$$i_a = i_a^A \sin \chi \quad (19)$$

Для «локального» Голдрайховского тока мы имеем  $i_a = i_s = I$ . Как следствие, уравнения (13)-(14) могут быть переписаны в виде:

$$I_r \dot{\Omega} = K_{\parallel}^A + [K_{\perp}^A - K_{\parallel}^A] \sin^2 \chi \quad (20)$$

$$I_r \Omega \dot{\chi} = [K_{\perp}^A - K_{\parallel}^A] \sin \chi \cos \chi \quad (21)$$

Где  $K_{\parallel} = K_{\parallel}^A i_s^A$  и  $K_{\perp} = K_{\perp}^A i_a^A$ . Из этого видно, что оба выражения имеют фактор  $[K_{\perp}^A - K_{\parallel}^A]$ . Это значит, что знак  $\dot{\chi}$  связан с  $\chi$ -зависимостью потерь энергии (Beskin, Istomin & Phillipov 2013). Другими словами, угол наклона  $\chi$  будет эволюционировать к  $90^\circ$  (в ортогональный ротатор), если полные потери энергии снижаются для больших углов наклона и наоборот, эволюция будет происходить к  $0^\circ$ , при увеличении потерь энергии с уменьшением угла наклона.

## МГД МОДЕЛЬ.

В МГД модели, разработанной по результатам проведенных недавно численных симуляций (Phillipov, Tchekhovskoy & Li 2014) угол полярной оси эволюционирует к 0 градусам, образуя так называемый соосный ротатор. В модели отсутствует магнитодипольное излучение, потери энергии могут быть связаны с токовыми потерями. Замедление вращения пульсара и эволюция угла наклона описываются формулами:

$$\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{1}{4I} \frac{B_0^2 R^6 \Omega^3}{c^3} (1 + \sin^2 \alpha) \quad (22)$$

$$\frac{d\alpha}{dt} = -\frac{1}{4I} \frac{B_0^2 R^6 \Omega^2}{c^3} \sin \alpha \cos \alpha \quad (23)$$

Из этих уравнений следует, что полные потери магнитосферы пульсара:

$$W_{tot} \approx \frac{1}{4} \frac{B_0^2 \Omega^4 R^6}{c^3} (1 + \sin^2 \chi) \quad (24)$$

Возрастающее с углом наклона  $\chi$ . У уравнений эволюции (22)-(23) существует интеграл движения:

$$I = \frac{P \sin \chi}{\cos^2 \chi} \quad (25)$$

Который мы используем в дальнейшем.

Как мы видим, эта модель предсказывает эволюцию угла наклона пульсара к  $0^\circ$ . Необходимо подчеркнуть, что следуя из (17), это становится возможным только для больших антисимметричных токов  $i_A \sim \left(\frac{\Omega R}{c}\right)^{-1}$ , которые достигают значений порядка  $10^3$ - $10^4$  (для пульсаров, с  $P \sim 1$ ). Возможность продольных токов в разы превышать Гольдрайховские, была недавно опубликована в работе Timokhin & Arons (2013).

### БГИ модель

Аналитическая теория, пульсарных магнитосфер, сформулированная Бескиным, Гуревичем и Истоминым (1984, 1993), основывается на двух ключевых предположениях:

1. Продольный ток  $j_s$ , обращающийся в магнитосфере пульсара не превосходит значения локального гольдрайховского (Goldreich & Julian 1969)  $j_{GJ} \approx \Omega B_0 \cos \chi / 2\pi$ ; его значение вычисляется через разность потенциалов во внутренней области  $V$

$$i_s \approx \frac{1}{2} \left( \frac{V}{V_{max}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (26)$$

Где  $V_{max} = \left(\frac{\Omega R}{c}\right)^2 R B_0$  максимальная разница потенциалов.

2. Разница потенциалов  $V$  определена моделью Рудермана-Сазерленда (Ruderman & Sutherland 1975)

Как результат, эта модель предсказывает следующий закон эволюции:

$$\dot{P}_{-15} = Q \frac{B_{12}^2}{P} \cos^2 \chi + 2 \cdot 10^{-4} \frac{B_{12}^2}{P^2} \quad (27)$$

$$\dot{\chi} = Q \frac{B_{12}^2}{P} \sin \chi \cos \chi \quad (28)$$

Где:  $B_{12} = B_0 / 10^{12} G$  и  $\dot{P}_{-15} = \dot{P} / 10^{-15}$  являются нормированными магнитным полем и производной периода по времени соответственно. Также следует упомянуть про основной безразмерный параметр  $Q \approx j / j_{GJ}$ , для

$Q < 1$  он может быть записан в виде (Бескин, Гуревич и Истомин 1984):

$$Q = P^{15/14} B_{12}^{-4/7} \cos^{2d-2} \alpha; \quad Q = \begin{cases} Q & Q < 1 \\ 1 & Q > 1 \end{cases} \quad (29)$$

Где  $d \approx 0.75$ .

Второй член в (27) относится к  $K_{\perp}$ , который имеет значение только при углах, близких к  $90^{\circ}$ . В результате, для углов, не равных  $90^{\circ}$ , уравнение Эйлера предсказывает сохранение инварианта:

$$I = \frac{P}{\sin \chi} \quad (30)$$

Следовательно, в рамках этой модели, полярный угол  $\chi$  должен возрасти в течение времени. Это приводит к тому, что общие потери энергии снижаются, при увеличении угла наклона  $\chi$ :

$$W_{tot} \approx i_s^A \frac{B_0^2 \Omega^4 R^6}{c^3} \cos^2 \chi \quad (31)$$

## Сравнение с наблюдениями

Для начала рассмотрим общие принципы сравнения. Для более простого разъяснения механизма торможения пульсара мы определим количество пульсаров с достаточно малыми углами  $\chi$ , так что они могут наблюдаться как интеримпульсные пульсары. Так как их период напрямую зависит от их эволюции, то мы можем распределить количество пульсаров в четырех бинах:  $0.1 < P < 0.4$  сек,  $0.4 < P < 0.7$  сек,  $0.7 < P < 1$  сек и  $P > 1$  сек. Для обеих моделей эволюции радиопулсаров (22) - (23) и (27) - (28) используя решение кинетического уравнения и МК симуляции. Однако для этого нам следует учесть два важных момента.

1. Независимо от периода, нам необходимо учесть линию смерти пульсаров в случае с ортогональными пульсарами. Как показано на пятом рисунке (рис 5), для углов наклона, близких к  $90^{\circ}$ , линия смерти на диаграмме Период –  $\sin \chi$  располагается на блдательно малых периодах  $P < 1$  сек. Более того, в этом случае контур региона полярной шапки, где создание вторичных частиц эффективно хорошо изучено.

Как изображено на девятом рисунке (рис 9), рождение частиц невозможно рядом с магнитной осью (где кривизна магнитных линий

мала) и рядом с линией, где Голдрайховская плотность заряда изменяет свой знак, делая невозможным наличие продольных токов больших значений. В результате геометрическая функция видимости  $V_{diag}^{vis}$  не может быть определена с требуемой точностью. Следовательно, мы рассмотрим только однополюсные интеримпульсные пульсары, для которых линия смерти не играет важной роли.

2. Как мы написали выше, для анализа интеримпульсных пульсаров мы можем пренебречь эволюцией магнитного поля нейтронной звезды. Как показано в Таблице 1, большинство интеримпульсных пульсаров имеют период  $P \ll 1$  сек и, как следствие, малый динамический возраст. Для упрощения задачи мы примем значение  $B_0 = 10^{12} G$ .

Очевидно, что видимое распределение пульсаров четко зависит от их начальных периодов  $P$  и углов наклона  $\chi$ . Было несколько попыток определить функцию рождения пульсаров  $Q_P(P)$ , однако до сих пор она остается неизвестной. Единственное, что мы можем сказать с уверенностью это то, что начальные периоды не сконцентрированы в малом регионе, ограниченном 0.1 секундой, наоборот, диапазон начальных периодов достигает значений 0.5 – 1 секунда. Поскольку мы заинтересованы в в пульсаров с малыми начальными периодами, мы предположим что  $Q_P = const$ .

Говоря про функцию рождения, следует упомянуть о функции рождения по начальным углам  $Q_\chi$ , описывающей распределение по начальным углам наклона  $\chi$ . Мы использовали 2 варианта:  $Q_\chi = \sin \chi$  и  $Q_\chi = 2/\pi$ . Первое выражение обозначает случайную ориентацию магнитной оси по отношению к оси вращения. Во втором случае, наблюдаемое значение распределения  $N(\chi)$  (10) говорит в пользу второго выражения.

Важнейшим аспектом является то, что мы сравниваем полученный нами результат с наблюдательными данными. Мы считаем, что недостаточно знать функцию распределения пульсаров  $N(P, \chi)$ , также нам необходимо учесть функцию видимости  $V_{vis}$ . Таким образом, видимое распределение однополюсных интеримпульсных пульсаров равно:

$$N^{obs}(P) = \int_0^{W_r(P)} d\chi V^{vis}(P, \chi) N(P, \chi) \quad (32)$$

Выражение (31) помогает нам нормировать видимую функцию распределения. Нормировка позволяет нам вычислить количество пульсаров в первом бине (для диапазона периодов 0.1-0.4сек) и других бинов. Число пульсаров  $N_I$  в первом бине  $0.1 < P < 0.4$  сек определяется как:

$$N_1 = \int_{0.1}^{0.4} dP \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\chi V^{vis}(P, \chi) N(P, \chi) \quad (33)$$

С другой стороны мы знаем, что  $N_1 = 580$ . Используя это выражение мы можем получить нормировочную константу  $k$  и использовать ее для нахождения количества пульсаров в оставшихся бинах. Еще одно важное замечание: после определения нормировочной константы  $k$  мы меняем функцию видимости и угловой интеграл в выражении (33) вычисляется в первую очередь.

## Кинетическое уравнение

Одним из вариантов решения проблемы анализа эволюции угла наклона магнитной оси является решение кинетического уравнения для различных моделей для получения функции видимости пульсаров для различных моделей эволюции.

$$\frac{\partial}{\partial P}(N\dot{P}) + \frac{\partial}{\partial \chi}(\dot{\chi}N) = Q \quad (34)$$

Где:  $N$  – количество наблюдаемых пульсаров,  $Q$  – функция рождения пульсаров. Кинетическое уравнение (34) описывает истинное распределение радиопульсаров  $N(P, \chi)$  на плоскости  $P - \chi$ . Здесь значения  $\dot{P}(P, \chi)$  и  $\dot{\chi}(P, \chi)$  берутся исходя из начальных условий, заданных моделью эволюции. Также, функция рождения  $Q(P, \chi)$  зависит от начального периода  $P$  и угла склонения  $\chi$ . Для простоты мы зададим  $Q(P, \chi) = Q_P(P)Q_\chi(\chi)$ . Из-за наличия интегралов движения, кинетическое уравнение может быть с легкостью решено. Затем, добавляя функции видимости  $V^{vis} = V_{rad}^{vis}V_{diag}^{vis}$  (о которых говорилось в главе «Наблюдения»), мы можем вычислить количество наблюдаемых пульсаров и сравнить их с наблюдательными данными.

Для МГД модели решение кинетического уравнения будет иметь вид:

$$\frac{\partial}{\partial P} \left[ \frac{N}{P} (1 + \sin^2 \chi) \right] - \frac{\partial}{\partial \chi} \left[ \frac{N}{P^2} \sin \chi \cos \chi \right] = Q_P(P)Q_\chi(\chi) \quad (35)$$

Теперь используя выражение (25) для «интеграла движения»  $I$ , мы получим для функции рождения  $Q_\chi = 2/\pi$  следующее выражение:

$$N(P, \chi) = k \frac{\frac{1}{2} \ln \frac{1 + \cos \chi}{1 - \cos \chi} - \cos \chi}{\cos^3 \chi} P^2 Q_P \quad (36)$$

Где  $k$ - нормировочная константа.

Аналогично, для функции рождения  $Q_\chi = \sin \chi$  мы имеем:

$$N(P, \chi) = k \frac{\frac{\pi}{2} - \chi - \sin \chi \cos \chi}{\cos^3 \chi} P^2 Q_P \quad (37)$$

Как мы видим, кинетическое уравнение для разных функций видимости выглядит по разному.

Для БГИ модели кинетическое уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial P} [N \cos^{2d} \chi] + \frac{\partial}{\partial \chi} \left[ \frac{N}{P} \sin \chi \cos^{2d-1} \chi \right] = Q_P(P) Q_\chi(\chi) \quad (38)$$

Используя «Интеграл движения» для БГИ модели (30), для функции рождения  $Q_\chi = \sin \chi$  мы получаем:

$$N(P, \chi) = k \frac{\chi - \sin \chi \cos \chi}{\sin^2 \chi \cos^{2d-1} \chi} P Q_P \quad (39)$$

Мы приняли функцию рождения по периодам за константу. К сожалению, на данный момент, проблема функции рождения до сих пор не решена, поэтому мы приняли ее значение за неизвестную постоянную.

### **Монте-Карло симуляция**

Мы провели Монте-Карло симуляцию для эволюции пульсаров для обеих моделей. Для каждого случая мы проанализировали функции видимости как во время, так и после эволюции. В конце мы провели анализ и сравнение видимых пульсаров с наблюдательными.

Популяция пульсаров представлена несколькими числами – начальный период, магнитное поле, синус угла наклона, угол на наблюдателя (по отношению к оси вращения пульсара), возраст и расстояние до пульсара. Значение радиуса нейтронной звезды – 10 километров, масса – 1.4 массы Солнца. Начальное распределение для периода и магнитного поля – 10 в степени нормального распределения с заданным диапазоном (см таблицу 3). Поскольку интеримпульсные пульсары имеют малый период мы разделили пульсары на 3 бина по периодам: 0.1-0.4с, 0.4-0.7с и 0.7-1с. Это было сделано для облегчения статистического анализа результатов.

Мы сгенерировали примерно 100000 пульсаров – такое количество в процессе эволюции дает близкие к наблюдаемым количество видимых пульсаров.

Мы сгенерировали параметры пульсара согласно следующим распределениям:

Период и магнитные поля – 10 в степени нормального (Гаусово) распределения.

Начальный угол между полярной осью и осью вращения. Генерируется случайное число - синус угла в диапазоне от 0 до единицы.

Угол на наблюдателя – аналогично начальному углу.

Время жизни пульсара – нормированное случайное число в диапазоне от нуля до единицы.

Расстояние до пульсара – аналогично времени жизни.

	P, сек	$B_{12}$ , Гаусс	$\chi$	$\xi$	Время	Расстояние
	$\log_{10}(\mu, \sigma)$	$\log_{10}(\mu, \sigma)$	sin	sin	нормированные значения	
БГИ	-0.4, 0.3	0.1, 0.55	0-1	0-1	0-1	0-1
МГД	-1.3, 0.3	0.1, 0.55	0-1	0-1	0-1	0-1

Таблица 3. Оптимальные значения, используемые для генерации массива пульсаров

Гауссово распределение для периодов и магнитных полей выбрано для более приближенного моделирования популяции пульсаров в нашей Галактике. Распределение всей популяции пульсаров по периодам похоже на гауссово, однако в пробных симуляциях было выбрано распределение 10 в степени гауссова распределения.

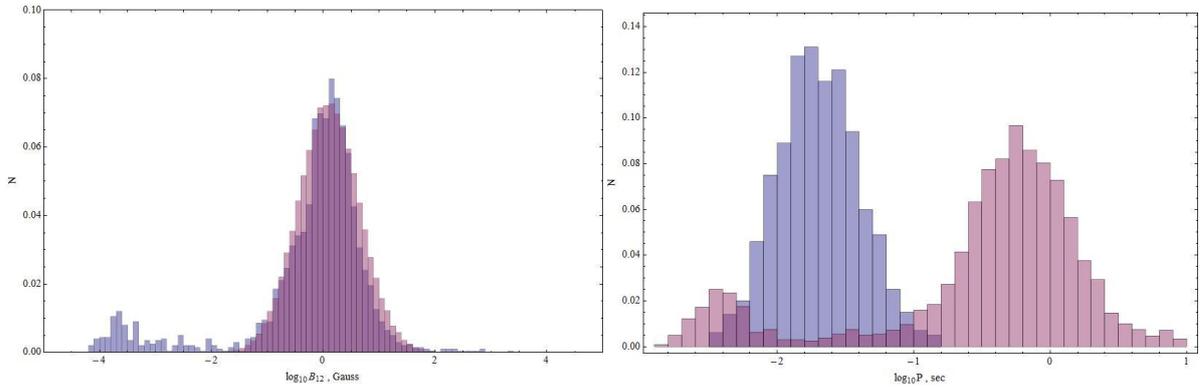


Рис. 6. Слева – сгенерированные магнитные поля (фиолетовый) и наблюдаемые магнитные поля (синий). Справа сгенерированные периоды (синий) и наблюдаемые периоды (фиолетовый). В случае с магнитными полями показано большое совпадение в распределениях, что находится в согласии с наблюдаемыми данными.

Во избежание сбоев программы и улучшенного быстродействия формулы (2) и (3) были упрощены путем введения нескольких дополнительных констант, таких как:

$$\Omega_0 = \frac{2\pi}{P} \quad (40)$$

$$C = \frac{\mu^2 \Omega_0 10^{-15}}{3.07368} \quad (41)$$

$$\tau = Ct \cdot 10^7 \quad (42)$$

В том числе шаг интегрирования:

$$d\tau = \frac{0.103495 B^2 t}{dt P^2} \quad (43)$$

После введения этих значений формулы (2) и (3) приняли следующий вид:

$$\dot{\Omega} = -\Omega^3(1 + \sin^2 \alpha) \quad (44)$$

$$\dot{\alpha} = -\Omega^2 \sin \alpha \cos \alpha \quad (45)$$

После получения значений для угла  $\alpha$  и конечного периода производилась проверка на видимость пульсара по геометрическим характеристикам и по радиосветимости. Для этого использовались следующие формулы для определения ширины окна:

$$W_0 = \frac{0.0436}{\sqrt{P}} \quad (46)$$

Для проверки видимости пульсара по расстоянию:

$$\begin{cases} \frac{1}{P_{final}} - S d > 0 - \text{visible} \\ \frac{1}{P_{final}} - S d < 0 - \text{invisible} \end{cases} \quad (47)$$

И по геометрическим свойствам, в частности проверка видимости (разность угла  $\alpha$  и угла на наблюдателя не должна быть больше размера окна).

$$|\alpha - \xi| \leq W_0 \quad (48)$$

После чего проводится дальнейшая проверка, в частности условие видимости для двухполюсных пульсаров.

$$|180 - \alpha - \xi| \leq W_0 \quad (49)$$

В случае соблюдения условия (26) пульсар считается двухполюсным, если же соблюдается условие:

$$|\alpha + \xi| \leq W_0 \quad (50)$$

То пульсар считается однополюсным. В случае если ни одно из условий (49) и (50) не соблюдается, то пульсар считается однополюсным.

В случае если пульсар видим, то его значения записываются в файл для дальнейшего анализа.

## **Результаты и сравнение с наблюдательными данными**

В первую очередь стоит отметить, что «случайное» распределение функции  $Q_\chi = \sin \chi$  расходится с наблюдательными данными. Если посмотреть на Таблицу 3, где мы собрали результаты вычислений для обеих моделей, полученных решением кинетического уравнения и монте-карло симуляций

Полученный результат можно легко объяснить. Как упоминалось прежде, для БГИ модели мы можем найти количество соосных интеримпульсных пульсаров в первом бине, используя выражение:

$$N_{SP} \sim N_1 \int_0^{W_0} d\chi N_\chi(\chi) \quad (51)$$

Где  $N_1 = 580$  – полное число наблюдаемых пульсаров в первом бине. Для  $N(\chi) \sim \chi$  мы имеем:

$$N_{SP} \sim W_0^2 (P_{med}) N_1 \quad (52)$$

Где ширина диаграммы направленности  $W_0$  задается выражением(6) и  $P$  находится в диапазоне первого бина. В результате мы имеем

$$N_{SP} \sim 10^{-3} N_1 \quad (53)$$

Что находится в согласии с наблюдениями, с несколькими оговорками.

Здесь стоит добавить несколько дополнительных замечаний. Факт того, что функция рождения  $Q_\chi = \sin \chi$  противоречит наблюдениям немного странно. На первый взгляд можно предположить, что ориентация магнитной оси по отношению к оси вращения случайна. Не смотря на это, как мы уже упомянули выше, функция распределения  $N^{obs}(\chi)$  (7), полученная путем анализа средней ширины пульса  $W_r$ , также относится к квази-равномерному распределению  $N(\chi) \approx const$  (10). Из этого мы можем сделать заключение, что «случайная» функция рождения далека от реальности.

С другой стороны схожее определение для равномерной функции рождения  $N_\chi(\chi) \approx const$

$$N_{SP} \sim W_0(P_{med})N_1 \quad (54)$$

Дает нам разумное значение

$$N_{SP} \sim 0.03N_1 \quad (55)$$

Которое подтверждается нашими расчетами.

<b>Однополюсные</b>	<b>0,3-0,5 сек</b>
Наблюдения	10
МГД( $\sin \chi$ )	5
БГИ ( $2/\pi$ )	1,2
<b>Двухполюсные</b>	
Наблюдения	24
МГД( $\sin \chi$ )	29

Таблица 4. Результаты решения кинетического уравнения.

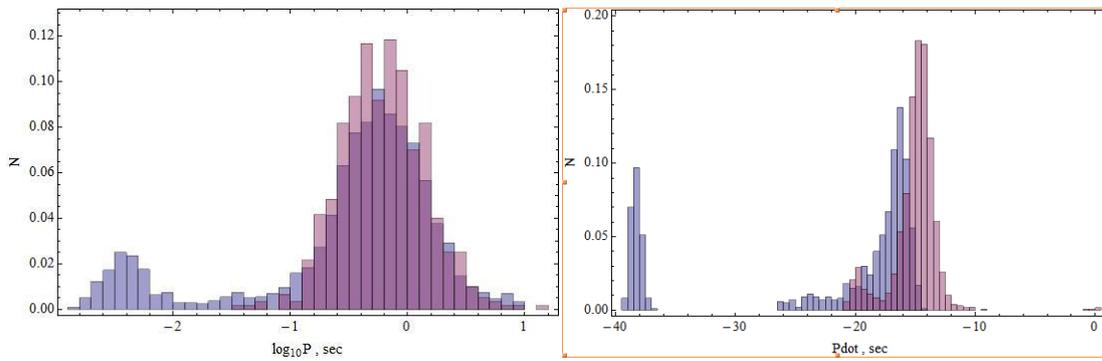


Рис.7. Распределение наблюдаемых пульсаров по периодам (слева – синий, справа - фиолетовый) и видимых пульсаров, эволюционирующих согласно модели БГИ. Четко видно, что при определенных параметрах (см таблицу 3) конечные распределения периодов совпадают с наблюдаемыми пульсарами. В случае производной периода совпадение не так очевидно, что требует дальнейшего анализа.

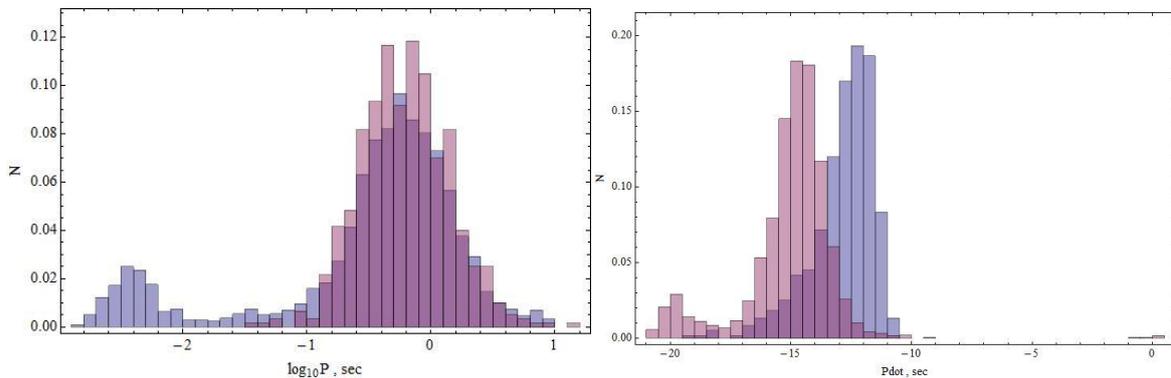


Рис 8. Распределение наблюдаемых пульсаров по периодам (слева – синий, справа - фиолетовый) и видимых пульсаров, эволюционирующих МГД согласно модели. Четко видно, что при определенных параметрах (см таблицу 3) конечные распределения периодов совпадают с наблюдаемыми пульсарами. В случае производной периода совпадение не так очевидно, что требует дальнейшего анализа.

## Выводы

Анализируя полученные результаты, мы видим что обе модели (МГД с равномерной функцией рождения  $Q = 2/\pi$  и БГИ модель со случайной функцией рождения  $Q = \sin\chi$ ) расходятся с наблюдательными данными.

Первая модель предполагает слишком большое кол-во пульсаров, в то время как вторая слишком малое (5 к 10 и 1.2 к 10).

Следует подчеркнуть, что на данном этапе мы не можем выбрать предпочтительную модель.

МК симуляции могут прояснить ситуацию, однако вычислительное время, которое требуется для получения убедительных результатов, слишком велико из-за большого количества свободных параметров и «жесткого» отбора. К примеру, для получения примерного количества пульсаров в «стационаре», равного десяти, приходится «прогнать» порядка 90-100 тысяч пульсаров

«Упрощение» отбора сокращает время отбора на несколько порядков, однако не дает точных результатов

## Литература

- Beskin V.S., Gurevich A.V. & Istomin Ya. N., 1984, *Astro-phys. Space Sci.*, 102, 301
- Beskin V.S., Gurevich A.V. & Istomin Ya. N., *Physics of the pulsar magnetosphere*. (Cambridge University Press, Cambridge 1993)
- Beskin V.S., Eliseeva S.A., 2005, *Astron. Lett.*, 31, 263
- Beskin V.S, Istomin Ya.N & Philippov A.A., 2013, *Phys. Uspekhi*, 56, 164
- Beskin V.S & Philippov A.A., 2013, *MNRAS*, 425, 814
- Davis L. & Goldstein M. 1070, *ApJ*, 159, L81
- Faucher-Giguere C.-A. & Kaspi V.M., 2006, *ApJ*, 643, 332
- Goldreich P. 1970, *ApJ*, 160, L11
- Goldreich P. & Julian W.H. 1969, *ApJ*, 157, 869
- Good M.L. & Ng K.K., *ApJ*, 299, 706
- Lyne A.G. & Graham-Smith F. 1998, *Pulsar Astronomy*.  
Cambridge University Press, Cambridge
- K.Maciesiak K., Gil J. & Ribero V.A.R.M.
- K.Maciesiak K., Gil J. & Melikidze G.
- Malov I.F. & Nikitina E.V., 2013, *Astron. Rep.*, 57, 833
- Manchester R.N. & Taylor J.H. *Pulsars* (San Francisco: W.H. Freeman, 1977)
- Rankin J.M., 1990, *ApJ*, 352, 247
- Ruderman M.A., Sutherland P.G. 1975, *ApJ*, 196, 51
- Spitkovsky A., 2006, *ApJ*, 648, L51
- Philippov A, Tchekhovskoy A. & Li J.G., 2014, *MNRAS*, 441, 1879
- Lyne A., Graham-Smith F., Weltevrede P., et al. 2013, *Science*, 342, 598

Rankin J.M., 1990, ApJ, 352, 247

Weltevrede P. & Johnston S., 2008, MNRAS, 391, 1210

Gullon M., Miralles J., Viganò D. & Pons, J., 2014, MNRAS, 443, 1891

Popov S.B. & Prokhorov M.E., 2007, Physics Uspekhi, 50, 1123

Popov S.B., Colpi M., Treves A., Turolla R., Lipunov V.M.

& Prokhorov M.E., 2000, ApJ, 530, 896

Pons J.A. & Geppert U., 2007, A&A, 470, 303

Tauris T. M. & Manchester R. 1998, MNRAS, 298, 625

Timokhin A.N. & Arons J.

Young M.D.T., et al. 2010, MNRAS, , 402, 1317