

Ускорение частиц в магнитосфере вращающейся черной дыры.

1 Введение

1.1 Космические лучи. Источники космических лучей.

Космические лучи были обнаружены в опытах Гесса [1] в 1912 году. С тех пор выдвигалось множество теорий происхождения космических лучей. Эти модели можно разделить по двум критериям: 1. происхождение космических лучей и 2 размер области накопления космических лучей. По второму признаку выделяют в основном 2 модели: галактическую и метagalacticкую. В первом случае лучи аккумулируются в галактическом диске. То есть в цилиндре с диаметром $D \approx 5 \cdot 10^{22}$ см и толщиной $h_{диск} \approx 10^{21}$ см. Во втором случае космические лучи занимают всю метagalacticку-эллипсоидное тело с характерным размером $D \approx 5 \cdot 10^{22}$ см. [2]. Из предположения, что плотность энергии космических лучей не зависит от координаты внутри области накопления можно получить, что $W_{cr} = w_{cr} V_{cr}$ где W_{cr} - суммарная энергия КЛ, w_{cr} -плотность энергии КЛ у земли, V_{cr} -объем области накопления КЛ. Подставляя сюда $w_{cr} = 10^{-12} \text{ эрг/см}^3$ получаем, что для галактической модели $W_{cr} = 5 \cdot 10^{54}$, для метagalacticкой модели $W_{cr} = 5 \cdot 10^{56}$. Для оценки времени жизни можно воспользоваться данными об отличии химического состава КЛ от химического состава в Галактике. По этим данным можно определить, что КЛ проходят слой вещества $l \approx 5 \text{ г/см}^2$. Принимая плотность вещества за $\rho \approx 1.5 \cdot 10^{-26} \text{ г/см}^3$ Получаем, что время жизни КЛ составляет $T_l \approx 4 \cdot 10^8$ лет. Таким образом мощность источников $P_{sor} > 10^{40} \text{ эрг/сек}$ как для Галактической, так и для метagalacticкой модели. По источникам можно выделить 3 основных модели: 1: Звездные модели. Источники в данном случае-обычные звезды. Однако эти модели не проходят ни проверку по энергетическим соображениям, ни по сравнению источников КЛ и радиоисточников. Дело в том, что релятивистские электроны из-за синхротронных потерь являются источниками радиоизлучения. Поэтому источники КЛ должны одновременно являться достаточно мощными радиоисточниками. По этой причине звездная модель образования КЛ сейчас почти не имеет сторонников. 2: Ускорение на ударных волнах. Ударные волны образуются в результате взрыва сверхновых. И как было показано Крымским в 1977 году [3] при коэффициенте сжатия равном 4 спектр ускоренных частиц имеет степенной вид, а показатель степени равен -2. То есть $N[\gamma] \sim \gamma^{-2}$. 3. Статистическое ускорение на неоднородностях магнитного поля(ускорение Ферми первого и второго рода). Однако для параметров Галактики этот механизм не является эффективным. 4. Магнитосферы пульсаров, активных галактических ядер. На данный момент центр нашей галактики Sgr A не проявляет достаточной активности ($I = 10^{36} \text{ эрг/сек}$), чтобы обеспечить достаточную плотность энергии космических

лучей. Однако, в прошлом при активной аккреции мощность этого источника могла быть существенной, так как при массе $M \sim 10^6 M_\odot$. Эддингтоновская светимость составляет $L_{Edd} \approx 10^{44}$ эрг/сек. В то же время частицы сверхвысоких энергий за "коленом" ($E > 3 \cdot 10^{18}$) эВ могут образовываться в сверхмассивных ядрах других галактик.

1.2 Генерация частиц сверхвысоких энергий в активных галактических ядрах

В 1992 году на черенковских телескопах было открыто γ излучение блазаров [5, 6] Это открытие дало основания полагать, что некоторые ядра активных галактик генерируют частицы сверхвысоких энергий. Наблюдене за гигантской галактикой M87 выявило быстрое изменение потока сверхвысокоэнергичных γ частиц. Это наблюдение накладывает ограничения на масштаб зоны генерации высокоэнергичных частиц. Оценки дают ограничение порядка нескольких радиусов Шварцшильда. Для данного объекта $r_g \sim 10^{15}$ см. [9, 10, 11] Аналогичные заключения получаются из наблюдений за PKS 2155-304. В 2006 году была обнаружена переменность в TeV диапазоне с характерным временем в минуту. Интересны также наблюдения за Mkn 501, которые дают переменность с характерным временем минута. Масштаб области ускорения определяется из условия $l < ct\Gamma$. Где Γ -коллективный лоренц фактор. Условию $l > r_g$ соответствует $\Gamma > 10^2$. Ускорение должно происходить до энергий порядка TeV для электронов и 10^{20} эВ для протонов. В данной работе рассматривается центробежное ускорение в магнитосфере черной дыры. Подобный механизм был рассмотрен в работе [12]

2 Структура магнитного и электрического полей

Согласно теореме об "отсутствии волос" черная дыра полностью характеризуется своей массой M , угловым моментом J и зарядом Q [13] вне зависимости от того как она формировалась. Таким образом ЧД не может иметь собственного магнитного поля. Но черная дыра может быть помещена во внешнее магнитное поле, создаваемое сторонними токами (например током аккреции). Таким образом можно получить оценку на максимальное магнитное поле так как плотность энергии магнитного поля не может превышать Эддингтоновскую плотность падающего вещества. $B_{max} = \left(\frac{2L_{Edd}}{r_g^2 c} \right) \approx 6 \cdot 10^4 M_8^{-1/2}$ [8] где $M_8 = M/(10^8 M_\odot)$ - масса черной дыры, L_{Edd} -Эддингтоновская светимость. Для SgrA $M_8 = 4 \cdot 10^{-2}$ и максимальное поле соответствует $B_{max}^{sgrA} \approx 3 \cdot 10^5$ Гаусс. Впервые модель по извлечению энергии вращения ЧД во внешнем магнитном поле была предложена Бленфордом и Знаеком в 1977 году. В этой модели рассматривается Керовская черная дыра. Внешнее

магнитное поле приобретает за счет аккреции внешнего вещества с ненулевым магнитным потоком. Таким образом у ЧД возникает первичное полоидальное магнитное поле, которое усиливается аккреционными токами в плоскости диска. При этом $B \sim B_{max}$ вблизи горизонта событий. В эргосфере магнитное поле вращается с угловой частотой $\Omega_F \sim \Omega_H$. Таким образом генерируется квадрупольное полоидальное электрическое поле в вакууме над ЧД. После этого начинается генерация электрон-позитронных пар с последующей генерацией электромагнитных каскадов. Далее образовавшееся распределение зарядов генерирует полоидальное электрическое поле, а токи генерируют полоидальное и тороидальное магнитное поле. Комбинация полоидального электрического тока и тороидального магнитного поля создают радиальный вектор Поинтинга, уносящий энергию.

2.1 Используемая модель магнитного поля

Мы будем рассматривать магнитное поле состоящие из полоидальной компоненты, представляющей из себя сплит монополь и генерируемой токами в аккреционном диске и тороидальной компоненты, которая генерируется током джета. Тороидальное поле предполагается намного более слабым, чем полоидальное. В сферических координатах

$$\begin{aligned} B_r &= \frac{B_0 R_L}{r^2} \text{sign} \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) \\ B_\varphi &= -\frac{\alpha B_0}{r \sin \theta} \text{sign} \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) \\ B_\theta &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Мы будем рассматривать вращающуюся черную дыру с моментом импульса J . Введем безразмерный параметр, характеризующий вращение черной дыры $a = \frac{Jc}{GM^2}$ где c - скорость света, G - гравитационная постоянная, M - масса черной дыры. Этот параметр не может превосходить единицу $a < 1$. Запишем угловую скорость черной дыры. $\Omega^H = ac/r_g$, где r_g - радиус Шварцшильда. Магнитные силовые линии вращаются вместе с черной дырой. Однако, скорость вращения силовых линий не совпадает со скоростью вращения ЧД. Мы будем считать, что $\Omega^F \approx \Omega^H/2$. Так как именно при этой скорости вращения достигается максимальная мощность в механизме Бленфорда-Знаека [7]. Также мы будем считать магнитосферу идеально проводящей. Тогда в лабораторной системе отсчета:

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c}[[\boldsymbol{\Omega}^{\mathbf{F}}\mathbf{r}]\mathbf{B}] \quad (2)$$

$$E_{\theta} = -\frac{B_0 \sin \theta}{r} \operatorname{sign}\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \quad (3)$$

$$E_{\varphi} = E_r = 0 \quad (4)$$

Таким образом электрическое поле имеет только компоненту направленную перпендикулярно радиусу. Это решение распространяется только до светового цилиндра $r < \frac{1}{\sqrt{\sin^2 \theta - \alpha^2}}$. При движении частицы она будет подниматься в электрическом поле, приобретая кинетическую энергию.

3 Уравнения движения

3.1 Вывод уравнений

Запишем уравнения движения заряженной частицы в таких электрических и магнитных полях. Будем работать в сферических координатах:

$$x = r \sin \theta \cos \varphi \quad (5)$$

$$y = r \sin \theta \sin \varphi \quad (6)$$

$$z = r \cos \theta \quad (7)$$

Для свободной частицы из условия что сумма сил равна нулю в декартовых координатах получаем, что

$$\dot{P}_x = \dot{P}_y = \dot{P}_z = 0 \quad (8)$$

Переходя к сферическим координатам, получаем

$$\dot{P}_r = \frac{P_{\theta} V_{\theta} + P_{\varphi} V_{\varphi}}{r} \quad (9)$$

$$\dot{P}_{\theta} = \frac{P_{\varphi} V_{\varphi} \cot(\theta) - P_r V_{\theta}}{r} \quad (10)$$

$$\dot{P}_{\varphi} = -\frac{V_{\varphi}(P_{\theta} \cot(\theta) + P_r)}{r} \quad (11)$$

Где $P_r, P_{\theta}, P_{\varphi}$ -компоненты импульса частицы, а $V_r, V_{\theta}, V_{\varphi}$ -компоненты скорости частицы в проекции на оси r, θ и φ соответственно. Найдем силы, действующие

на частицу со стороны магнитного и электрического поля. Это сила Лоренца. $\mathbf{F}_{\text{lor}} = q (\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{V}\mathbf{B}])$. В данном случае

$$\mathbf{F}_{\text{lorr}} = -\frac{qP_\theta}{mc\gamma} \frac{\alpha B_0}{r \sin \theta} \text{sign} \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) \quad (12)$$

$$\mathbf{F}_{\text{lor}\theta} = \text{sign} \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) \left[-q \frac{B_0 \sin \theta}{r} + \frac{q}{mc\gamma} \left(P_\varphi \frac{B_0}{r^2} + P_r \frac{\alpha B_0}{r \sin \theta} \right) \right] \quad (13)$$

$$\mathbf{F}_{\text{lor}\varphi} = -\frac{qP_\theta}{mc\gamma} \frac{B_0}{r^2} \text{sign} \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) \quad (14)$$

Добавляя силу Лоренца и обезразмеривая на

$$t' = \frac{\omega_c t}{\gamma_i}, \mathbf{r}' = \frac{\mathbf{r}}{R_L}, \mathbf{v}' = \frac{\mathbf{v}}{c}, \mathbf{p}' = \frac{\mathbf{p}}{mc\gamma_i}, \gamma' = \frac{\gamma}{\gamma_i}, \kappa = \frac{c\gamma_i}{R_L\omega_c}, \omega_c = \frac{qB_\rho(\rho = R_L)}{mc} \quad (15)$$

где ω_c -циклотронная частота нерелятивистского вращения частицы в магнитном поле, γ_i -начальный лоренц фактор. Параметр κ - отношение циклотронного радиуса частицы с гамма фактором γ_i к радиусу светового цилиндра.

Получаем систему уравнений движения частицы в лабораторной системе отсчета(здесь и далее вычисления производятся в обезразмеренных координатах, штрихи опущены)

$$\begin{aligned} \dot{P}_r &= \kappa \frac{P_\theta^2 + P_\varphi^2}{\gamma r} - \text{sign} \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) \frac{\alpha P_\theta}{r \gamma \sin \theta} \\ \dot{P}_\theta &= \kappa \frac{P_\varphi^2 \cot \theta - P_\theta P_r}{\gamma r} + \text{sign} \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) \cdot \left(\frac{P_\varphi}{\gamma r^2} + \frac{\alpha P_r}{\gamma r \sin \theta} - \frac{\sin \theta}{r} \right) \\ \dot{P}_\varphi &= -\kappa \frac{P_\varphi (P_\theta \cot \theta + P_r)}{\gamma r} - \text{sign} \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) \cdot \frac{P_\theta}{\gamma r^2} \\ \dot{\theta} &= \frac{\kappa P_\theta}{\gamma r} \\ \dot{r} &= \frac{\kappa P_r}{\gamma} \\ \dot{\varphi} &= \frac{\kappa P_\varphi}{\gamma r \sin \theta} \end{aligned} \quad (16)$$

3.2 Числ. счет (графики ЗСЭ ЗСИ)

Было проведено численное решение уравнений (16) для различных параметров κ с начальными условиями вида

$$P_\theta(0) = 0, P_\phi(0) = 0, P_r(0) = 0.1 \quad (17)$$

$$r(0) = 0.1, \varphi(0) = 0, \theta(0) \in [15^\circ, 85^\circ] \quad (18)$$

Построена зависимость $P_\theta(t), P_\phi(t), P_r(t), r(t), \varphi(t), \theta(t)$ для различных параметров $\theta_{initial}, \alpha, \kappa$. В процессе решения контролировалось выполнение законов сохранения (см главу 3.3) На рисунке 6 представлены характерные зависимости компонент импульса в зависимости от радиуса. Видно, что ускорение происходит в основном вблизи светового цилиндра ($r \sim 1$). Также заметно, что при больших α ускорение происходит фактически на всем пути траектории. Это связано с тем, что сила Лоренца действующая на частицу, двигающуюся по радиусу из центра, направлена вверх. В результате частица поднимается в электрическом поле. Аналогичные выводы можно сделать из рисунка 1. Еще одной важной особенностью представленных зависимостей является тот факт, что $P_{\phi fin} \sim P_{\theta fin}^2 \sim P_{r fin}^2$. То есть основная энергия запасена в тороидальной компоненте импульса.

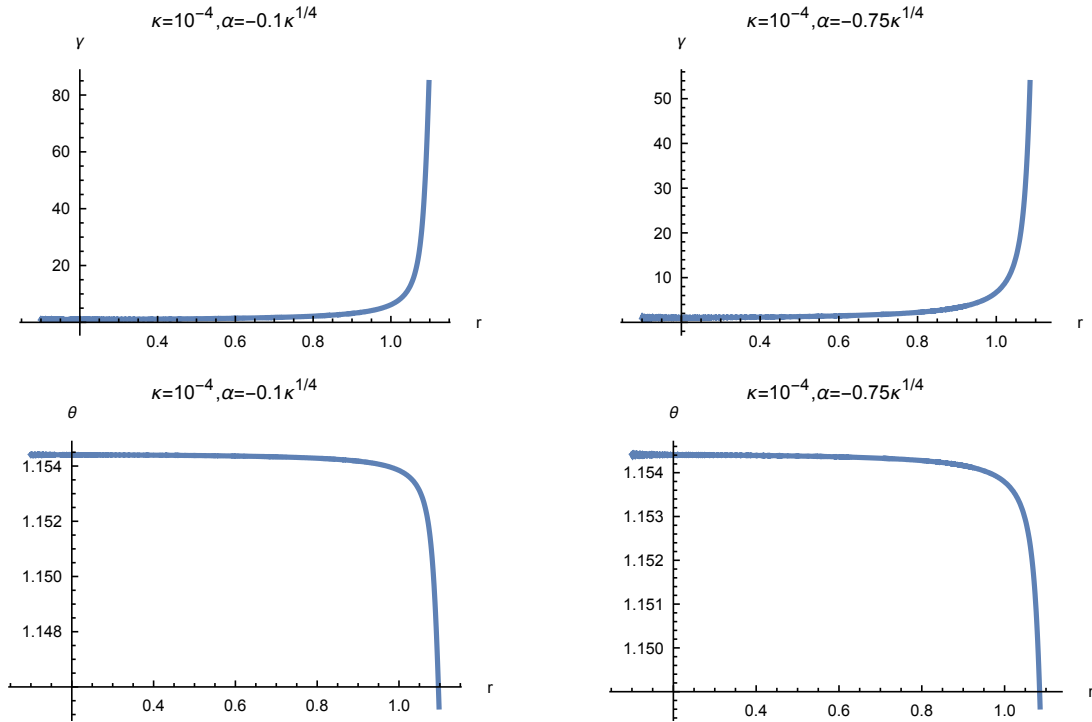


Рис. 1: Зависимость Лоренц фактора и угла θ от радиуса r в безразмерных координатах κ и α

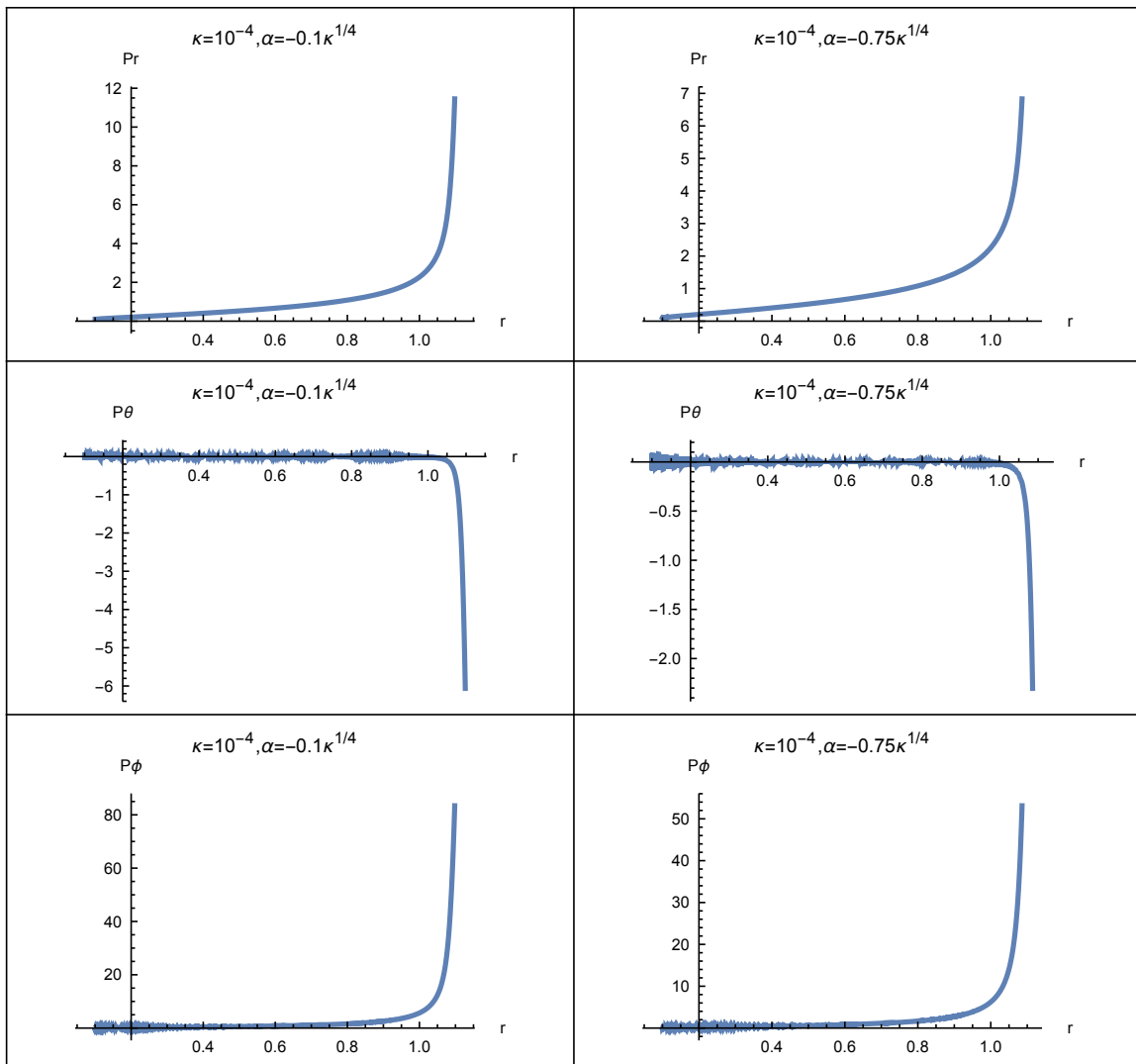


Рис. 2: Зависимость различных компонент импульса пробной частицы от радиуса κ и α

Для контроля точности счета были построены графики зависимости законов сохранения момента импульса и энергии от времени. Эти зависимости представлены на рисунке 3. Из графиков видно, что законы сохранения выполняются с точностью лучше 1%. При этом в начальный момент времени законы сохранения выполняются хуже в силу начальных условий.

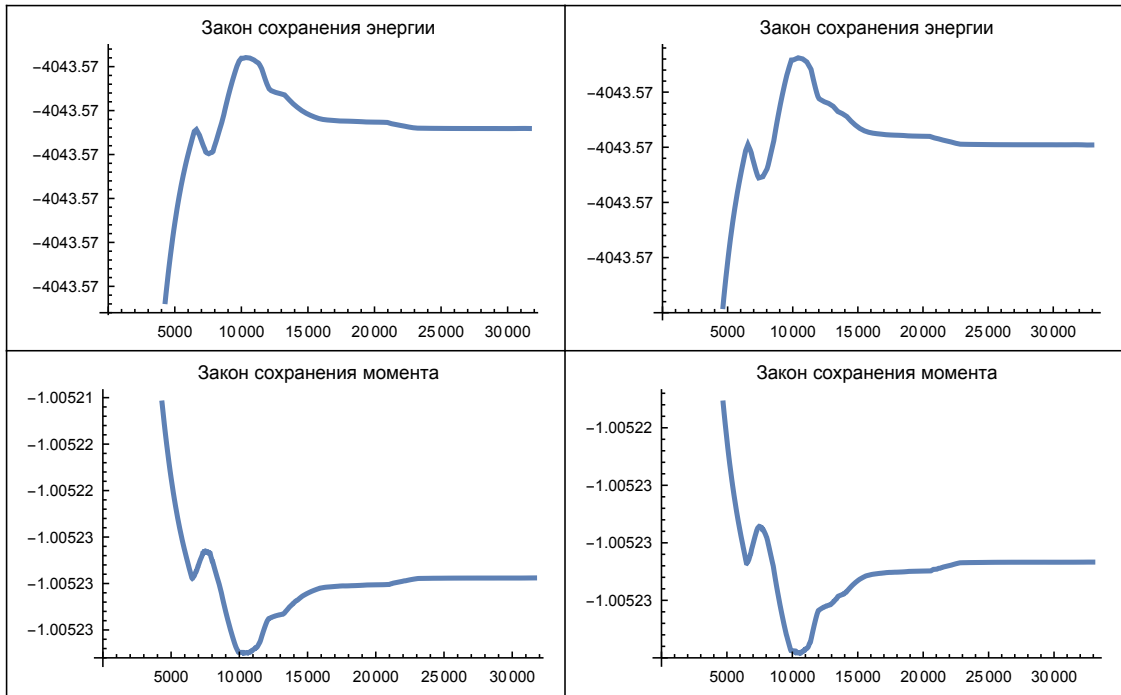


Рис. 3: Законы сохранения момента и энергии от времени для различных параметров κ и α

Для построения спектра ускоренных протонов были построены графики зависимости γ от θ . На графике (рис 4) видно, что конечная энергия протонов пропорциональна синусу угла θ : $\gamma_{fin} \sim \sin(\theta)$ для малых значения параметра α то есть для слабого тороидального поля. Для больших параметров α конечный гамма фактор выходит на константу при больших углах θ

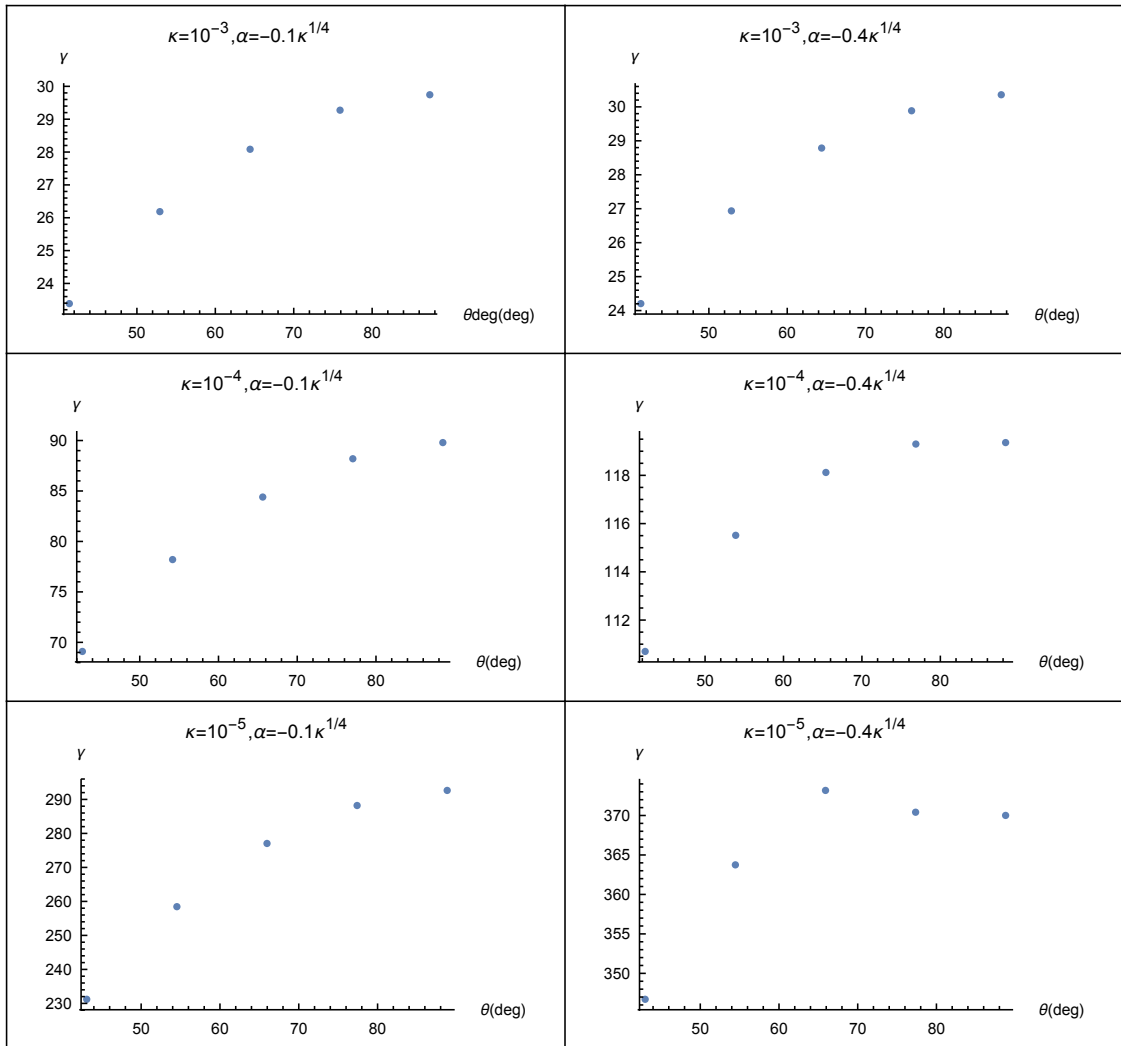


Рис. 4: Зависимость конечного гамма фактора от угла θ . κ и α

Аналогично были построены зависимости конечной энергии от высоты z над плоскостью диска.

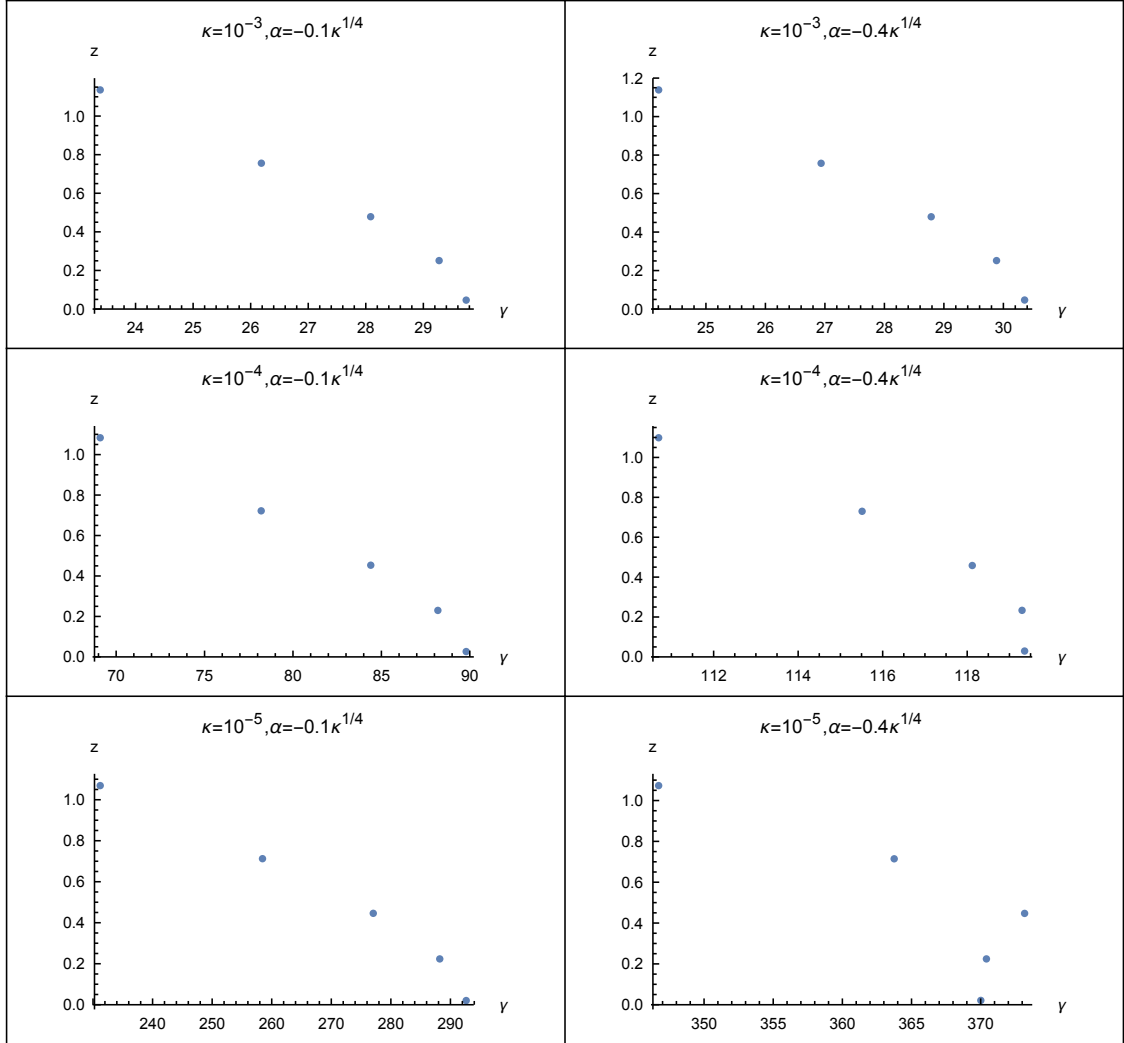


Рис. 5: Зависимость конечного гамма фактора от высоты над горизонтом z для различных κ и α

3.3 Аналитика

Найдем приближенное решение уравнений движения (16) вблизи светового цилиндра. Эта система имеет два закона сохранения: Энергии:

$$\gamma(t) - \frac{\cos \theta(t)}{\kappa} = 1 - \frac{\cos \theta_i}{\kappa} \quad (19)$$

И момента импульса:

$$P_\phi(t)r(t) \sin \theta(t) - \gamma(t) = -1 \quad (20)$$

Световой цилиндр задается из условия $B = E$, и в данном случае:

$$r = \frac{1}{\sqrt{\sin^2 \theta - \alpha^2}} \quad (21)$$

При малых α , пренебрегая квадратичными по α членами, получим

$$r \sin \theta \sim 1 \quad (22)$$

Подставляя в закон сохранения момента импульса (20) выражение для светового цилиндра (22), получаем что на световом цилиндре $P_\varphi = \gamma - 1$. Так как на световом цилиндре $\gamma \gg 1$, то $P_r^2 + P_\varphi^2 + P_\theta^2 = \gamma^2$. Подставляя сюда выражение для P_φ получаем, что $P_r^2 + P_\theta^2 = \gamma^2 - (\gamma - 1)^2 \approx 2\gamma$. Таким образом вблизи светового цилиндра

$$P_\varphi = \gamma - 1 \quad (23)$$

$$P_r = a\gamma^{1/2}, \quad P_\theta = b\gamma^{1/2}; \quad a^2 + b^2 = 2 \quad (24)$$

Подставим эти выражения в уравнения движения (16), получим

$$\begin{aligned} \dot{P}_r &= \kappa \frac{\gamma^2 + b^2\gamma}{\gamma} \sin \theta - \frac{b\alpha\gamma^{1/2}}{\gamma} \approx \kappa\gamma \sin \theta - b\alpha\gamma^{-1/2} \\ \dot{P}_\theta &= \kappa \sin \theta \frac{\gamma^2 \operatorname{ctg} \theta - ab\gamma}{\gamma} + \sin^2 \theta - \sin^2 \theta + \frac{a\alpha\gamma^{1/2}}{\gamma} \approx \kappa\gamma \cos \theta + a\alpha\gamma^{-1/2} \\ \dot{P}_\varphi &= -\kappa \sin \theta \frac{\gamma (b\gamma^{1/2} \operatorname{ctg} \theta + a\gamma^{1/2})}{\gamma} - \frac{b\gamma^{1/2}}{\gamma} \sin^2 \theta \approx -\kappa\gamma^{1/2} (b \cos \theta + a \sin \theta) - b\gamma^{-1/2} \sin^2 \theta \end{aligned} \quad (25)$$

Будем считать, что ускорение частиц происходит в основном вблизи светового цилиндра (это видно из численного счета), тогда в первом приближении можно заменить $\dot{P}_\varphi \approx \frac{P_{\varphi final}}{\tau}$, т.к. $P_{initial} \ll P_{final}$. Ускорение происходит одновременно по всем направлениям. Тогда

$$\dot{P}_r = \frac{a\gamma^{1/2}}{\tau}, \quad \dot{P}_\theta = \frac{b\gamma^{1/2}}{\tau}, \quad \dot{P}_\varphi = \frac{\gamma}{\tau} \quad (26)$$

Найдем τ из уравнения (25) $|\tau| = \frac{\kappa^{-1}\gamma^{1/2}}{a \sin \theta + b \cos \theta + b\kappa^{-1}\gamma^{-1} \sin^2 \theta}$. С другой стороны, возводя в квадрат и складывая первое и второе из уравнений (25), приравнявая это к сумме квадратов двух первых выражений из (26), получаем

$$\begin{aligned}\frac{2\gamma}{\tau^2} &= (\kappa\gamma \sin \theta - b\alpha\gamma^{-1/2})^2 + (\kappa\gamma \cos \theta + a\alpha\gamma^{-1/2})^2 \\ &= \kappa^2\gamma^2 + 2\alpha\kappa\gamma^{1/2} (a \cos \theta - b \sin \theta) + 2\alpha^2\gamma^{-1}\end{aligned}\quad (27)$$

теперь разделим первое на второе из уравнений (25). С учетом (26) получим

$$\frac{a}{b} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \frac{1 - \frac{b\alpha\gamma^{-1/2}}{\kappa\gamma \sin \theta}}{1 + \frac{a\alpha\gamma^{-1/2}}{\kappa\gamma \cos \theta}} \Rightarrow (a \cos \theta - b \sin \theta) = -\frac{2\alpha\gamma^{-3/2}}{\kappa}\quad (28)$$

Будем считать здесь, что $a \approx c_1 \sin \theta$, $b \approx c_1 \cos \theta$, $c_1^2 = 2$. Подставляя из (28) в (27) получаем.

$$\begin{aligned}\frac{2\gamma}{\tau^2} = \kappa^2\gamma^2 - 2\alpha^2\gamma^{-1} &\Rightarrow 4\gamma^{-2} (\sin^2 \theta \cos \theta)^2 \approx \kappa^2\gamma^2 - 2\alpha^2\gamma^{-1} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{cases} \gamma \approx \left(\frac{2\alpha^2}{\kappa^2}\right)^{1/3}, & \alpha \gg \kappa^{1/4} \sin^{3/2} \theta \\ \gamma \approx \left(\frac{2 \sin^2 \theta \cos \theta}{\kappa}\right)^{1/2}, & \alpha \ll \kappa^{1/4} \sin^{3/2} \theta \end{cases}\end{aligned}\quad (29)$$

В результате можно выделить два случая: "малых" α $\alpha \ll \kappa^{1/4}$ и "больших" α $\alpha \gg \kappa^{1/4}$. В случае малых α энергия вылетающих частиц пропорциональна $\kappa^{-1/2}$ в случае больших α энергия вылетающих частиц становится пропорциональной $\kappa^{-2/3}$. Давайте теперь оценим параметр $\kappa = \frac{c\gamma_i}{R_L\omega_c}$ для типичной черной дыры. В работе [15] мы можем найти следующую оценку для магнитного поля в магнитосфере черной дыры

$$B \approx 10^5 \varepsilon_{-1}^{-1/2} M_8^{-1/2} \dot{m}^{1/2} \left(\frac{r}{r_g}\right)^{-5/4+n/2} \quad (\text{Гаусс})\quad (30)$$

где $r_g = GM/c^2$, c -скорость света, G -гравитационная постоянная M - масса черной дыры, $M_8 = M/(10^8 M_\odot)$, $\dot{m} = \dot{M}/\dot{M}_{Edd}$, $\dot{M}_{Edd} = L_{Edd}/(0.1c^2) \approx 1.4 \cdot 10^{25} m_8$ гр/сек, \dot{M}_{Edd} -Эддингтоновский темп аккреции, $\varepsilon = 10\varepsilon_{-1}$ -отношение скорости аккреции к скорости свободного падения, $n \in 0, 1, 2$. Темп аккреции положим равным $10^{-2} \dot{M}_{Edd}$ из энергетических соображений, т.к. Эддингтоновская светимость для SgrA $L_{sgrA} \approx 10^{44}$ эрг/сек, а мощность источника космических лучей должна быть примерно $P_{sor} \approx 10^{40}$ эрг/сек. Считая эффективность преобразования энергии аккреции в энергию КЛ порядка 1% получаем оценку на темп аккреции.

Таким образом для SgrA на расстояниях порядка нескольких радиусов Шварцшильда получаем $B \approx 5 \cdot 10^4$ Гаусс. И соответственно $\omega_c \approx 5 \cdot 10^8$ рад/сек. Для ЧД быстро вращающейся R_L имеет размеры порядка нескольких радиусов Шварцшильда $r_g \approx 10^{12}$ см. Таким образом $\kappa_{SgrA} \sim 6 \cdot 10^{-10}$. Для сверхмассивных черных дыр этот параметр может достигать $\kappa_{min} \approx 10^{-15}$

4 Спектр частиц

4.1 Модель

Будем считать, что частицы однородно распределены вблизи светового цилиндра с погонной концентрацией n . Тогда $ndz = Fd\gamma$ где F -функция распределения частиц по энергии, z -высота над плоскостью диска; $F = n \frac{dz}{d\gamma}$

4.2 Расчет показателя спектра

На световом цилиндре $r \sin \theta = 1 \Rightarrow z = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \Rightarrow dz = -\frac{1}{\sin^2 \theta} d\theta$; $\cos \theta = \frac{1}{(1+z^2)^{1/2}}$, $\sin^2 \theta = \frac{1}{1+z^2}$. Откуда следует, что при малых α с учетом (29)

$$\gamma = \left(\frac{2z}{(1+z^2)^{3/2}} \right)^{1/2} \kappa^{-1/2} \quad (31)$$

Найдем теперь функцию распределения от энергии

$$F = \frac{dz}{d\gamma} = \sqrt{2\kappa} \frac{(1+z^2)^{7/4} z^{1/2}}{1-2z^2} \quad (32)$$

Отсюда следует, что для больших $z > 1/\sqrt{2}$ и, соответственно, $\gamma F \sim \gamma^{-2}$. Т.е. спектр протонов пропорционален γ^{-2} , что хорошо согласуется с экспериментальными данными. Для случая больших α зависимости $\gamma(z) = const$

4.3 Численный расчет показателя спектра.

Для параметра $\kappa = 10^{15}$ и двух различных параметрах α ($\alpha_1 = -10^{-5}\kappa^{1/4}$, $\alpha_2 = -10^5\kappa^{1/4}$) было проведено численное решение уравнения (29). В результате были получены зависимости конечной энергии от высоты над плоскостью диска, построены графики зависимостей в логарифмических координатах и посчитан спектр. Из рисунка видно, что в случае малых α спектр является степенным с показателем -2 вплоть до энергий $E = 10^{16}$ эВ. В случае α_2 спектр является моноэнергетическим с энергией $E = 10^{20}$ эВ.

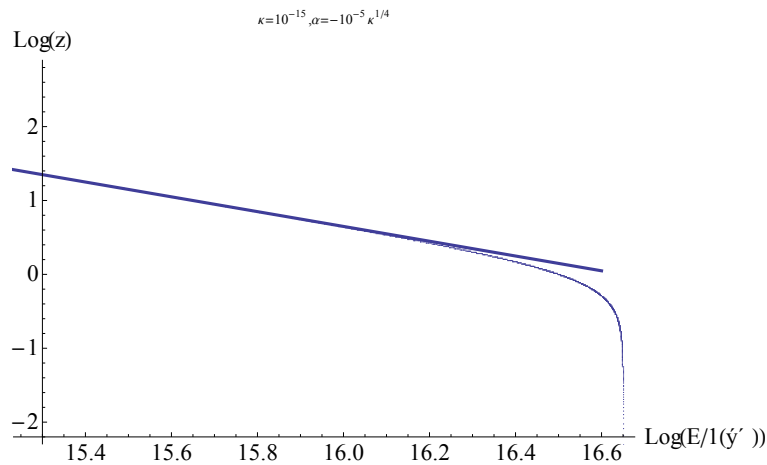


Рис. 6: Зависимость конечной энергии протона от высоты над диском в логорифмических координатах $\kappa = 10^{-15}$ $\alpha = 10^{-5} \kappa^{1/4}$

5 Вывод

Быстровращающиеся черные дыры могут являться источником частиц сверхвысоких энергий (До 10^{20} эВ для протонов). При слабом тороидальном магнитном поле спектр испускаемых протонов $F_{small} \sim \gamma^{-2}$ и максимальная энергия протона составляет 10^{16} эВ при больших тороидальных полях спектр представляет из себя дельта функцию $F_{big} \sim \delta \left(\gamma - \left(\frac{2\alpha^2}{\kappa^2} \right)^{1/3} \right)$ и максимальная энергия $E = 10^{20}$ эВ.

Предложен механизм ускорения частиц в магнитосфере черных дыр. Рассчитан спектр протонов, оценена максимальная энергия.

Список литературы

- [1] V.F. Hess, "Penetrating Radiation in Seven Free Ballon Flights" PZ, 13, 1084 1912
- [2] Ginzburg V L, Syrovatskii S I "Origin of Cosmic Rays Oxford. Pergamon Press 1964
- [3] Крымский Г.Ф. ДАН СССР. 1977. Т. 234 С 1306
- [4] Березинский В С и др. "Астрофизика космических лучей" Москва. Наука 1990
- [5] Punch, M., Akerlof, C.W., Cawley, M.F., et al.: Nature358, 477 (1992)
- [6] Quinn, J., Akerlof, C.W., Biller, S., et al.: Astrophys. J.456,L83 (1996)

- [7] Blandford R.D., Znajek, R.L. "Electromagnetic extraction of energy from Kerr black holes 1977, MNRAS, 179..433B
- [8] Begelman, M. C., Blandford, R.D.; Rees, M.J. "Theory of extragalactic radio sources 1984, RvMP V56, 12,pp.255-351
- [9] Aharonian, F., et al., (HESS collaboration): Science314, 1424 (2006)
- [10] Albert, J., et al., (MAGIC collaboration): Astrophys. J.685,L23 (2008)
- [11] Acciari, V.A., et al., (VERITAS collaboration): Astrophys. J.679, 397 (2008)
- [12] Ya.N.Istomin, H.Sol, Astrophys Space Sci, 2009, 321: 57Ц67
- [13] Бескин В. С. "Осесимметричные стационарные течения в астрофизике" Москва, Физматлит, 2006
- [14] Шапиро С. Л. , Тьюкольски С.А. "Черные дыры, белые карлики и нейтронные звезды "Москва, Мир, 1985(2001).
- [15] J. C. McKinney, A. Tchekhovskoy, R. D. Blandford "General Relativistic Magnetohydrodynamic Simulations of Magnetically Choked Accretion Flows around Black Holes" MNRAS 000, 1Ц35 (2012)